

2024-2025 学年北京市顺义区牛栏山一中七年级（上）期中数学试卷

一、选择题（共 20 分，每题 2 分）

- 1.（2 分）党的二十大报告中指出，我国全社会研发经费支出从一万亿元增加到二万八千亿元，居世界第二位，研发人员总量居世界首位．将 2800000000000 用科学记数法表示为（ ）

A. 0.28×10^{13} B. 2.8×10^{11} C. 2.8×10^{12} D. 28×10^{11}

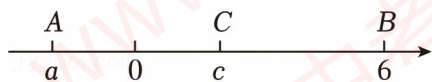
- 2.（2 分）下列两个数互为相反数的是（ ）

A. 3 和 $\frac{1}{3}$ B. $-(-3)$ 和 $|-3|$
C. $(-3)^2$ 和 -3^2 D. $(-3)^3$ 和 -3^3

- 3.（2 分）单项式 $\frac{-3x^2y}{2}$ 的系数和次数分别是（ ）

A. -3, 2 B. $-\frac{1}{2}$, 3 C. $-\frac{3}{2}$, 2 D. $-\frac{3}{2}$, 3

- 4.（2 分）如图，数轴上 A、B、C 三点所表示的数分别是 a, 6, c，已知 A、B 两点间的距离是 8， $a+c=0$ ，则 c 的值为（ ）



A. -2 B. 1 C. 2 D. 4

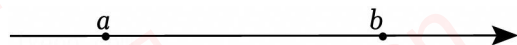
- 5.（2 分）下列变形正确的是（ ）

A. 如果 $a=b$ ，那么 $a+2=b-2$
B. 如果 $ac=bc$ ，那么 $a=b$
C. 如果 $3a=b$ ，那么 $a=3b$
D. 如果 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ ，那么 $a=b$

- 6.（2 分）下列方程的变形中，不正确的是（ ）

A. 由 $7x=6x-1$ ，得 $7x-6x=1$
B. 由 $-\frac{1}{3}x=9$ ，得 $x=-27$
C. 由 $5x=10$ ，得 $x=2$
D. 由 $3x=6-x$ ，得 $3x+x=6$

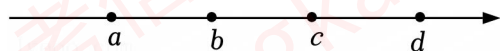
- 7.（2 分）有理数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示．若 $|a| > |b|$ ，则下列结论一定成立的是（ ）



A. $a-b > 0$ B. $a+b > 0$ C. $a+b < 0$ D. $ab > 0$

8. (2分) 有理数 a, b, c, d 在数轴上的对应点的位置如图所示. 则在下列选项中, 正确的是 ()

- ①如果 $ad > 0$, 则一定会有 $bc > 0$;
- ②如果 $bc > 0$, 则一定会有 $ad > 0$;
- ③如果 $bc < 0$, 则一定会有 $ad < 0$;
- ④如果 $ad < 0$, 则一定会有 $bc < 0$.

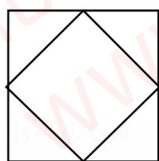


- A. ①④ B. ①③ C. ②③ D. ②④

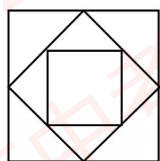
9. (2分) 甲、乙、丙三家超市为了促销一种定价相同的商品, 甲超市先降价 20%, 后又降价 10%; 乙超市连续两次降价 15%; 丙超市一次降价 30%. 那么顾客到哪家超市购买这种商品更合算 ()

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 一样

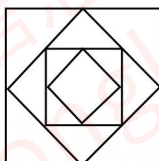
10. (2分) 观察下列图形, 则第 n 个图形中三角形的个数为 ()



第1个



第2个



第3个

...

- A. $2n+1$ B. $4n+4$ C. $4n-4$ D. $4n$

二、填空题 (本题共 20 分, 每小题 2 分)

11. (2分) 安陆冬季里某一天的气温为 $-3^{\circ}\text{C} \sim 3^{\circ}\text{C}$, 这一天安陆的温差是 _____ $^{\circ}\text{C}$.

12. (2分) $-\frac{1}{2}$ 的倒数是 _____.

13. (2分) 比较大小: $-\pi$ _____ -3 . (填 “ $>$ ”、“ $=$ ”、“ $<$ ”)

14. (2分) 计算: $-\frac{2}{3} - (-1) =$ _____.

15. (2分) 计算: $-1^{2024} =$ _____.

16. (2分) 若 $|x+1| + (y-8)^2 = 0$, 则 $x-y$ 的值为 _____.

17. (2分) 甲、乙两地相距 $a \text{ km}$, A 车以 $b \text{ km/h}$ 的速度由甲地到乙地, 同时, B 车以 $c \text{ km/h}$ 的速度由乙地到甲地, 经过 _____ h 它们相遇.

18. (2分) 要通过举反例说明 “如果 a 大于 b , 那么 a 的倒数小于 b 的倒数” 是错误的, 请写出一组 a, b 的值: $a =$ _____, $b =$ _____.

19. (2分) 若多项式 $x^2 - xy - 3y^2 - 3x^2 - axy + y^2$ 中不含 xy 项, 则 $a =$ _____, 化简结果

为 _____ .

20. (2分) 设 a, b, c, d 为实数, 现规定一种新的运算 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$, 则满足等式 $\begin{vmatrix} x & x+1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1$ 的 x 值为 _____ .

三、解答题 (本题共 60 分, 第 21-28 题, 每小题 5 分, 第 29 题 6 分, 第 30、31 题 7 分)

21. (5分) $-2 + (-6) - (-8) + 3$.

22. (5分) 计算: $(-1)^{10} \times 2 + (-2)^3 \div 4$.

23. (5分) 计算: $(-24) \times (\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3} + \frac{3}{8})$.

24. (5分) 已知 $3x^m y^3$ 与 $-2y^n x^2$ 是同类项, 求代数式 $m - 2n - mn$ 的值.

25. (5分) 解方程: $3x+1=4x+2$.

26. (5分) 解方程: $3m - 2(m+1) = 2 - 3(2-m)$.

27. (5分) 先合并同类项, 再求值: $2ab^2 + 3a + 6ab^2 - 3ab^2 - 2 + a$, 其中 $a = -1, b = 2$.

28. (5分) 已知 a 与 b 互为相反数, c 与 d 互为倒数, $|x| = 1$.

求: $2x^2 + (a+b+c \times d)x + (a+b)^{2025} + (-c \times d)^{2024}$ 的值.

29. (6分) 数学老师对同学们说: 请你默想一个一位数, 把这个数乘以 2, 加上 5, 再乘以 50, 加上 1774, 最后再减去你出生的年份. 把运算的结果告诉我, 我就能猜中你默想的那个一位数和你今年 (2024 年) 的年龄.

注: 年龄只考虑出生年份, 不考虑月份, 如 2000 年 1~12 月出生, 今年 (2024 年) 都是 24 岁, 你知道数学老师是怎么做到的吗?

(1) 举例说明数学老师是如何猜中同学默想的一位数和今年 (2024 年) 的年龄;

(2) 解释其中的原理.

30. (7分) 小东对有理数 a, b 定义了一种新的运算, 叫做“乘减法”, 记作 “ $a \otimes b$ ”. 他写出了一些按照“乘减法”运算的算式: $(+3) \otimes (+2) = +1, (+11) \otimes (-3) = -8, (-2) \otimes (+5) = -3, (-6) \otimes (-1) = +5, (+\frac{1}{3}) \otimes (+1) = +\frac{2}{3}, (-4) \otimes (+0.5) = -3.5, (-8) \otimes (-8) = 0, (+2.4) \otimes (-2.4) = 0, (+23) \otimes 0 = +23, 0 \otimes (-\frac{7}{4}) = +\frac{7}{4}$.

小玲看了这些算式后说: “我明白你定义的乘减法法则了.” 她将法则整理出来给小东看, 小东说: “你的理解完全正确.”

(1) 请将下面小玲整理的“乘减法”法则补充完整:

绝对值不相等的两数相“乘减”, 同号得 _____, 异号得 _____, 并 _____;

绝对值相等的两数相“乘减”，都得 _____；一个数与 0 相“乘减”，或 0 与一个数相“乘减”，都得这个数的绝对值。

(2) 画两个有理数进行“乘减法”的计算流程图。

31. (7 分) 阅读材料，并回答问题

对于某种满足交换律的运算，如果存在一个确定的有理数 n ，使得任意有理数 a 和它进行这种运算后的结果都等于 a 本身，那么 n 叫做这种运算下的单位元。如果两个有理数进行这种运算后的结果等于单位元，那么这两个有理数互为逆元。由上述材料可知：

(1) 有理数在加法运算下的单位元是 _____，在乘法运算下的单位元是 _____；在加法运算下，3 的逆元是 _____，在乘法运算下，某个数没有逆元，这个数是 _____；

(2) 在有理数范围内，我们定义一种新的运算： $x \circledast y = x + y - 2xy$ ，例如： $3 \circledast 2 = 3 + 2 - 2 \times 3 \times 2$ 。

① 求在这种新的运算下的单位元；

② 在这种新的运算下，有理数 3 的逆元是 _____，在这种运算下，某个有理数没有逆元，这个数是 _____。

2024-2025 学年北京市顺义区牛栏山一中七年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	C	D	C	D	A	C	B	C	D

一、选择题（共 20 分，每题 2 分）

1. （2 分）党的二十大报告中指出，我国全社会研发经费支出从一万亿元增加到二万八千亿元，居世界第二位，研发人员总量居世界首位．将 2800000000000 用科学记数法表示为（ ）

A. 0.28×10^{13} B. 2.8×10^{11} C. 2.8×10^{12} D. 28×10^{11}

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正整数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负整数．

【解答】解：2800000000000 = 2.8×10^{12} ．

故选：C．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

2. （2 分）下列两个数互为相反数的是（ ）

A. 3 和 $\frac{1}{3}$ B. $-(-3)$ 和 -3
C. $(-3)^2$ 和 -3^2 D. $(-3)^3$ 和 -3^3

【分析】利用有理数的乘方运算，绝对值的定义，相反数的定义计算并判断．

【解答】解：3 与 $\frac{1}{3}$ 互为倒数，A 选项不符合题意；

$-(-3) = 3$ 和 $-3 = -3$ 相等，B 选项不符合题意；

$(-3)^2 = 9$ 和 $-3^2 = -9$ 互为相反数，C 选项符合题意；

$(-3)^3 = -27$ 和 $-3^3 = -27$ 相等，D 不符合题意，

故选：C．

【点评】本题考查了有理数的乘方，相反数的定义，绝对值的定义，解题的关键是掌握有理数的乘方运算，绝对值的定义，相反数的定义．

3. (2分) 单项式 $\frac{-3x^2y}{2}$ 的系数和次数分别是 ()

- A. -3, 2 B. $-\frac{1}{2}$, 3 C. $-\frac{3}{2}$, 2 D. $-\frac{3}{2}$, 3

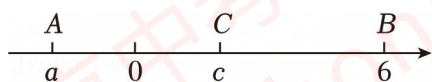
【分析】根据单项式的系数和次数的概念解答.

【解答】解: 单项式 $-\frac{3x^2y}{2}$ 的系数是 $-\frac{3}{2}$, 次数是 3,

故选: D.

【点评】本题考查的是单项式的概念, 单项式中的数字因数叫做单项式的系数, 一个单项式中所有字母的指数的和叫做单项式的次数.

4. (2分) 如图, 数轴上 A、B、C 三点所表示的数分别是 a, 6, c, 已知 A、B 两点间的距离是 8, $a+c=0$, 则 c 的值为 ()



- A. -2 B. 1 C. 2 D. 4

【分析】先根据两点间的距离公式求出 a, 再利用绝对值的意义求出 c.

【解答】解: $\because AB=8$, B 表示的数为 6,

$$\therefore a=6-8=-2,$$

$$\because a+c=0,$$

$$\therefore c=-a=-(-2)=2.$$

故选: C.

【点评】本题主要考查了数轴和有理数的加法, 掌握数轴上两点间距离的算法及绝对值的意义是解决本题的关键.

5. (2分) 下列变形正确的是 ()

- A. 如果 $a=b$, 那么 $a+2=b-2$
B. 如果 $ac=bc$, 那么 $a=b$
C. 如果 $3a=b$, 那么 $a=3b$
D. 如果 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$, 那么 $a=b$

【分析】A、根据等式两边加同一个数 (或式子) 结果仍得等式判断;

B、不能确定 $c \neq 0$;

C、根据等式两边都除以 3, 结果仍得等式;

D、根据等式两边都乘 c, 结果仍得等式.

【解答】解：A、如果 $a=b$ ，那么 $a+2=b+2$ ， $\therefore$ 不符合题意；

B、如果 $ac=bc$ ，那么 $a=b$ ， $\therefore$ 不符合题意；

C、如果 $3a=b$ ，那么 $a=\frac{1}{3}b$ ， $\therefore$ 不符合题意；

D、如果 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ ，那么 $a=b$ ， $\therefore$ 符合题意；

故选：D.

【点评】本题考查等式的性质，掌握等式的性质是解题关键.

6. (2分) 下列方程的变形中，不正确的是 ()

A. 由 $7x=6x-1$ ，得 $7x-6x=1$

B. 由 $-\frac{1}{3}x=9$ ，得 $x=-27$

C. 由 $5x=10$ ，得 $x=2$

D. 由 $3x=6-x$ ，得 $3x+x=6$

【分析】根据等式的性质分别对每一项进行分析，即可得出答案.

【解答】解：A、由 $7x=6x-1$ 得 $7x-6x=-1$ ，故 A 不正确；

B、由 $-\frac{1}{3}x=9$ 得 $x=-27$ ，正确；

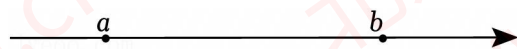
C、由 $5x=10$ 得 $x=2$ ，正确；

D、由 $3x=6-x$ 得 $3x+x=6$ ，正确；

故选：A.

【点评】此题考查了等式的性质，熟练掌握等式的性质是解本题的关键.

7. (2分) 有理数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示. 若 $|a|>|b|$ ，则下列结论一定成立的是 ()



A. $a-b>0$

B. $a+b>0$

C. $a+b<0$

D. $ab>0$

【分析】利用有理数的加减，有理数的乘法，绝对值，数轴知识计算判断.

【解答】解：根据题意可知， $|a|>|b|$ ，

① $a<0, b>0$ 时， $a-b<0, a+b<0, ab<0$ ，

② $a<b<0$ 时， $a-b>0, a+b<0, ab>0$ ，

综上所述，结论一定成立的是 C.

故选：C.

【点评】本题考查了有理数的加减，有理数的乘法，绝对值，数轴，掌握有理数的加减

法，有理数的乘法，绝对值的定义，数轴知识是关键.

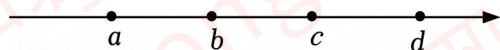
8. (2分) 有理数 a, b, c, d 在数轴上的对应点的位置如图所示. 则在下列选项中, 正确的是 ()

①如果 $ad > 0$, 则一定会有 $bc > 0$;

②如果 $bc > 0$, 则一定会有 $ad > 0$;

③如果 $bc < 0$, 则一定会有 $ad < 0$;

④如果 $ad < 0$, 则一定会有 $bc < 0$.



A. ①④

B. ①③

C. ②③

D. ②④

【分析】利用数轴知识和有理数的乘法判断即可.

【解答】解: 由数轴图可知, $a < b < c < d$,

$\therefore$ 如果 $ad > 0$, 则一定会有 $bc > 0$, ①正确;

如果 $bc > 0$, 不一定会有 $ad > 0$, ②错误;

如果 $bc < 0$, 则一定会有 $ad < 0$, ③正确;

如果 $ad < 0$, 不一定会有 $bc < 0$, ④错误.

$\therefore$ ①③正确,

故选: B.

【点评】本题考查了数轴知识和有理数的乘法, 解题的关键是掌握数轴知识和有理数的乘法法则.

9. (2分) 甲、乙、丙三家超市为了促销一种定价相同的商品, 甲超市先降价 20%, 后又降价 10%; 乙超市连续两次降价 15%; 丙超市一次降价 30%. 那么顾客到哪家超市购买这种商品更合算 ()

A. 甲

B. 乙

C. 丙

D. 一样

【分析】设商品原价为 x , 表示出三家超市降价后的价格, 然后比较即可得出答案.

【解答】解: 设商品原价为 x ,

甲超市的售价为: $x(1 - 20\%)(1 - 10\%) = 0.72x$;

乙超市售价为: $x(1 - 15\%)^2 = 0.7225x$;

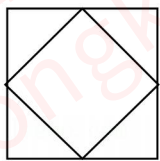
丙超市售价为: $x(1 - 30\%) = 70\%x = 0.7x$;

故到丙超市合算.

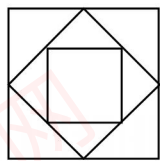
故选: C.

【点评】本题考查了列代数式的知识, 解答本题的关键是表示出三家超市降价后的售价, 难度一般.

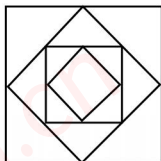
10. (2分) 观察下列图形, 则第 n 个图形中三角形的个数为 ()



第1个



第2个



第3个

...

A. $2n+1$

B. $4n+4$

C. $4n-4$

D. $4n$

【分析】 观察图形可知后面一个图形比前面一个图形多 4 个三角形，据此规律求解即可.

【解答】 解：第 1 个图形有 $1 \times 4 = 4$ 个三角形，

第 2 个图形有 $2 \times 4 = 8$ 个三角形，

第 3 个图形有 $3 \times 4 = 12$ 个三角形，

...

$\therefore$ 第 n 个图形有 $4n$ 个三角形，

故选：D.

【点评】 本题主要考查了图形类的规律探索，正确理解题意找到规律是解题的关键.

二、填空题（本题共 20 分，每小题 2 分）

11. (2 分) 安陆冬季里某一天的气温为 $-3^{\circ}\text{C} \sim 3^{\circ}\text{C}$ ，这一天安陆的温差是 6 $^{\circ}\text{C}$.

【分析】 根据有理数的减法法则计算即可.

【解答】 解： $3 - (-3)$

$$= 3 + 3$$

$$= 6 (^{\circ}\text{C}),$$

故答案为：6.

【点评】 本题考查了有理数的减法，掌握减去一个数等于加上这个数的相反数是解题的关键.

12. (2 分) $-\frac{1}{2}$ 的倒数是 -2.

【分析】 直接根据倒数的概念解答即可.

【解答】 解： $-\frac{1}{2}$ 的倒数是： $\frac{1}{-\frac{1}{2}} = -2$,

故答案为：-2.

【点评】 本题考查了倒数的概念，即当 $a \neq 0$ 时， a 与 $\frac{1}{a}$ 互为倒数. 特别要注意的是：负数的倒数还是负数，此题难度较小.

13. (2 分) 比较大小： $-\pi$ < -3 . (填 “>”、“=”、“<”)

【分析】根据两个负数比较大小，其绝对值大的反而小比较即可.

【解答】解： $\because \pi > 3$,

$$\therefore -\pi < -3,$$

故答案为： $<$.

【点评】本题考查了实数的大小比较法则的应用，能熟记实数的大小比较法则是解此题的关键.

14. (2分) 计算： $-\frac{2}{3} - (-1) = -\frac{1}{3}$.

【分析】减去一个数，等于加上这个数的相反数，由此计算即可.

【解答】解： $-\frac{2}{3} - (-1)$

$$= -\frac{2}{3} + 1$$

$$= \frac{1}{3},$$

故答案为： $\frac{1}{3}$.

【点评】本题考查了有理数的减法，熟练掌握有理数减法法则是解题的关键.

15. (2分) 计算： $-1^{2024} = -1$.

【分析】根据有理数的乘方法则计算即可.

【解答】解： $-1^{2024} = -1$.

故答案为： -1 .

【点评】本题考查了有理数的乘方，掌握有理数的乘方的运算法则是关键.

16. (2分) 若 $|x+1| + (y-8)^2 = 0$ ，则 $x-y$ 的值为 -9 .

【分析】利用非负数的性质得出 x 、 y 的值，代入计算得出答案.

【解答】解： $\because |x+1| + (y-8)^2 = 0$,

$$\therefore x+1=0, y-8=0,$$

$$\text{解得：} x=-1, y=8,$$

$$\text{故 } x-y=-1-8=-9.$$

故答案为： -9 .

【点评】本题考查非负数的性质，掌握非负数的意义和性质是正确解答的前提.

17. (2分) 甲、乙两地相距 a km， A 车以 b km/h 的速度由甲地到乙地，同时， B 车以 c km/h 的速度由乙地到甲地，经过 $\frac{a}{b+c}$ h 它们相遇.

【分析】 A 车和 B 车运动的路程等于甲、乙两地的距离，据此根据速度公式列出等式求解即可.

【解答】解：设 A, B 两车相遇的时间为 x 小时，

根据题意得 $bx+cx=a$ ，

$$\text{解得 } x = \frac{a}{b+c},$$

答：经过 $\frac{a}{b+c}$ 小时两车相遇。

故答案为： $\frac{a}{b+c}$ 。

【点评】此题考查一元一次方程的行程问题中的相遇问题，解题关键是审清题意正确找到相等关系列出方程。

18. (2分) 要通过举反例说明“如果 a 大于 b ，那么 a 的倒数小于 b 的倒数”是错误的，请写出一组 a, b 的值： $a = \underline{1}$ ， $b = \underline{-2}$ 。

【分析】根据倒数的定义：乘积为 1 的两个数互为倒数即可求解。

【解答】解：若 $a=1, b=-2$ ，

则 a 的倒数是 1， b 的倒数是 $-\frac{1}{2}$ ，

则 a 的倒数大于 b 的倒数，

所以“如果 a 大于 b ，那么 a 的倒数小于 b 的倒数”是错误的，

此时 $a=1, b=-2$ ，

故答案为：1，-2。

【点评】本题主要考查了倒数，掌握倒数的定义是解题的关键。

19. (2分) 若多项式 $x^2 - xy - 3y^2 - 3x^2 - axy + y^2$ 中不含 xy 项，则 $a = \underline{-1}$ ，化简结果为 $\underline{-2x^2 - 2y^2}$ 。

【分析】根据整式的运算法则即可求出答案。

【解答】解： $x^2 - xy - 3y^2 - 3x^2 - axy + y^2$

$$= -2x^2 - (1+a)xy - 2y^2,$$

多项式不含 xy 项，则 $1+a=0$ ，解得 $a=-1$ ，

化简结果为： $-2x^2 - 2y^2$ 。

故答案为： $-1, -2x^2 - 2y^2$ 。

【点评】本题考查整式的运算法则，解题的关键是熟练运用整式的运算法则，本题属于基础题型。

20. (2分) 设 a, b, c, d 为实数，现规定一种新的运算 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ ，则满足等式 $\begin{vmatrix} x & x+1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1$ 的 x 值为 $\underline{-3}$ 。

【分析】按照定义的新运算可得 $x - 2(x+1) = 1$ ，然后按照解一元一次方程的步骤进行计算，即可解

答.

【解答】解：∵ $\left|\begin{matrix} x & x+1 \\ 2 & 1 \end{matrix}\right|=1$,

$$\therefore x-2(x+1)=1,$$

$$x-2x-2=1,$$

$$-x=3,$$

$$\text{解得: } x=-3,$$

故答案为: -3 .

【点评】本题考查了解一元一次方程, 实数的运算, 掌握解一元一次方程, 实数的运算法则是关键.

三、解答题(本题共 60 分, 第 21-28 题, 每小题 5 分, 第 29 题 6 分, 第 30、31 题 7 分)

21. (5 分) $-2+(-6)-(-8)+3$.

【分析】利用有理数的加减运算, 计算即可.

【解答】解: $-2+(-6)-(-8)+3$

$$=-2-6+8+3$$

$$=-8+8+3$$

$$=3.$$

【点评】本题考查了有理数的加减运算, 解题的关键是掌握有理数的加减运算的法则.

22. (5 分) 计算: $(-1)^{10} \times 2 + (-2)^3 \div 4$.

【分析】先计算乘方, 再计算乘除, 后计算加减.

【解答】解: $(-1)^{10} \times 2 + (-2)^3 \div 4$

$$=1 \times 2 - 8 \times \frac{1}{4}$$

$$=2-2$$

$$=0.$$

【点评】此题考查了有理数混合运算能力, 关键是能确定正确的运算顺序并能进行正确的计算.

23. (5 分) 计算: $(-24) \times (\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3} + \frac{3}{8})$.

【分析】利用乘法的分配律进行求解即可.

【解答】解: $(-24) \times (\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3} + \frac{3}{8})$

$$=-24 \times \frac{5}{6} - (-24) \times \frac{4}{3} - 24 \times \frac{3}{8}$$

$$=-20+32-9$$

$=3$.

【点评】 本题主要考查有理数的混合运算，解答的关键是对相应的运算法则的掌握.

24. (5分) 已知 $3x^m y^3$ 与 $-2y^n x^2$ 是同类项，求代数式 $m - 2n - mn$ 的值.

【分析】 根据同类项的定义：所含字母相同，并且相同字母的指数也相同即可求解.

【解答】 解：因为 $3x^m y^3$ 与 $-2y^n x^2$ 是同类项，

所以 $m=2$, $n=3$,

所以 $m - 2n - mn = 2 - 6 - 6 = -10$.

【点评】 本题主要考查了同类项，掌握同类项的定义是解题的关键.

25. (5分) 解方程： $3x+1=4x+2$.

【分析】 通过移项、合并同类项、系数化为1等过程，求得 x 的值.

【解答】 解： $3x+1=4x+2$,

$3x - 4x = 2 - 1$,

$-x = 1$,

$x = -1$.

【点评】 本题考查了解一元一次方程，解一元一次方程常见的过程有去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为1等.

26. (5分) 解方程： $3m - 2(m+1) = 2 - 3(2 - m)$.

【分析】 利用去括号，移项，合并同类项，系数化为1的步骤解方程即可.

【解答】 解：原方程去括号得： $3m - 2m - 2 = 2 - 6 + 3m$,

移项得： $3m - 2m - 3m = 2 - 6 + 2$,

合并同类项得： $-2m = -2$,

系数化为1得： $m = 1$.

【点评】 本题考查解一元一次方程，熟练掌握解方程的方法是解题的关键.

27. (5分) 先合并同类项，再求值： $2ab^2 + 3a + 6ab^2 - 3ab^2 - 2 + a$ ，其中 $a = -1$, $b = 2$.

【分析】 先利用合并同类项法则合并同类项，再把 $a = -1$, $b = 2$ 代入化简后的式子进行计算即可.

【解答】 解： $2ab^2 + 3a + 6ab^2 - 3ab^2 - 2 + a$

$= 2ab^2 + 6ab^2 - 3ab^2 + 3a + a - 2$

$= 5ab^2 + 4a - 2$,

当 $a = -1$, $b = 2$ 时，

原式 $= 5 \times (-1) \times 2^2 + 4 \times (-1) - 2$

$$= 5 \times (-1) \times 4 + 4 \times (-1) - 2$$

$$= -20 + (-4) + (-2)$$

$$= -26.$$

【点评】此题考查了整式的加减 - 化简求值，绝对值，掌握整式的加减 - 化简求值的运算法则是关键。

28. (5 分) 已知 a 与 b 互为相反数， c 与 d 互为倒数， $|x|=1$.

求： $2x^2 + (a+b+c \times d)x + (a+b)^{2025} + (-c \times d)^{2024}$ 的值.

【分析】由 a 与 b 互为相反数， c 与 d 互为倒数， $|x|=1$ ，可得 $a+b=0$ ， $cd=1$ ， $x=\pm 1$ ，再分情况整体代入代数式 $2x^2 + (a+b+c \times d)x + (a+b)^{2025} + (-c \times d)^{2024}$ 求值即可.

【解答】解：∵ a 与 b 互为相反数， c 与 d 互为倒数， $|x|=1$ ，

$$\therefore a+b=0, cd=1, x=\pm 1,$$

$$\therefore -cd = -1,$$

当 $x=1$ 时，

$$2x^2 + (a+b+c \times d)x + (a+b)^{2025} + (-c \times d)^{2024}$$

$$= 2 \times 1^2 + (1+1) \times 1 + 0^{2025} + (-1)^{2024}$$

$$= 2+2+1+1$$

$$= 6;$$

当 $x=-1$ 时，

$$2x^2 + (a+b+c \times d)x + (a+b)^{2025} + (-c \times d)^{2024}$$

$$= 2 \times (-1)^2 + (1+1) \times (-1) + 0^{2025} + (-1)^{2024}$$

$$= 2 - 2 + 1 + 1$$

$$= 2.$$

综上所述，代数式的值是 2 或 6.

【点评】本题考查了相反数，倒数，绝对值，有理数的混合运算，掌握整体代入法求代数式的值是关键.

29. (6 分) 数学老师对同学们说：请你默想一个一位数，把这个数乘以 2，加上 5，再乘以 50，加上 1774，

最后再减去你出生的年份。把运算的结果告诉我，我就能猜中你默想的那个一位数和你今年（2024 年）的年龄。

注：年龄只考虑出生年份，不考虑月份，如 2000 年 1~12 月出生，今年（2024 年）都是 24 岁，你知道数学老师是怎么做到的吗？

(1) 举例说明数学老师是如何猜中同学默想的一位数和今年（2024 年）的年龄的；

(2) 解释其中的原理。

【分析】(1) 根据题意举例即可；

(2) 设默想的一位数为 a ，出生的年份为 b ，根据题意列出代数式，化简即可。

【解答】解：(1) 例如，小明同学 2009 年出生，他默想一个数为 8，

则 $(8 \times 2 + 5) \times 50 + 1774 - 2009 = 813$ ，

结果的百位上的数字就是他默想的一位数，后面的两位数就是他的年龄，

所以，数学老师可猜中小明同学默想的一位数是 8 和今年（2024 年）的年龄是 13 岁；

(2) 解释其中的原理如下：

设默想的一位数为 a ，出生的年份为 b ，

则 $(2a + 5) \times 50 + 1774 - b$

$= 100a + 250 + 1774 - b$

$= 100a + 2024 - b$

$= 100a + (2024 - b)$ ，

所以，结果的百位数字就是 a ，后面两位数字是 $(2024 - b)$ ，即为今年的年龄。

【点评】本题主要考查了列代数式等知识，理解题意，正确列出代数式是解题关键。

30. (7 分) 小东对有理数 a, b 定义了一种新的运算，叫做“乘减法”，记作“ $a \otimes b$ ”。他写出了一些按照

“乘减法”运算的算式： $(+3) \otimes (+2) = +1$ ， $(+11) \otimes (-3) = -8$ ， $(-2) \otimes (+5) = -3$ ， (-6)

$\otimes (-1) = +5$ ， $(+\frac{1}{3}) \otimes (+1) = +\frac{2}{3}$ ， $(-4) \otimes (+0.5) = -3.5$ ， $(-8) \otimes (-8) = 0$ ， $(+2.4) \otimes$

$(-2.4) = 0$ ， $(+23) \otimes 0 = +23$ ， $0 \otimes (-\frac{7}{4}) = +\frac{7}{4}$ 。

小玲看了这些算式后说：“我明白你定义的乘减法法则了。”她将法则整理出来给小东看，小东说：“你的理解完全正确。”

(1) 请将下面小玲整理的“乘减法”法则补充完整：

绝对值不相等的两数相“乘减”，同号得 正，异号得 负，并 用绝对值较大的数减绝对值较小的数；绝对值相等的两数相“乘减”，都得 0；一个数与 0 相“乘减”，或 0 与一个数相“乘减”，都得这个数的绝对值。

(2) 画两个有理数进行“乘减法”的计算流程图。

【分析】(1) 根据题中给出的例子即可得出结论；

(2) 依据 (1) 中总结的法则分类解答即可。

【解答】解：(1) $\because (+3) \otimes (+2) = +1$ ， $(+11) \otimes (-3) = -8$ ， $(-2) \otimes (+5) = -3$ ， $(-6) \otimes$

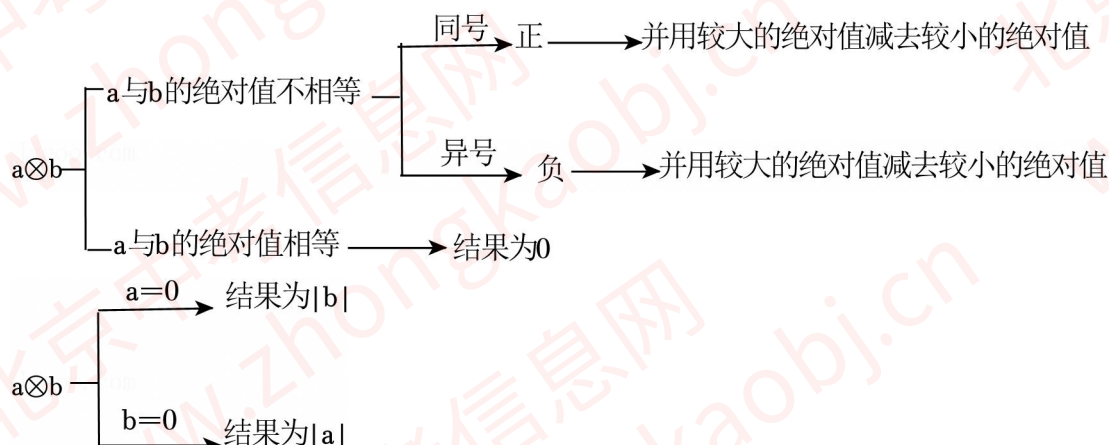
$(-1) = +5$ ， $(+\frac{1}{3}) \otimes (+1) = +\frac{2}{3}$ ， $(-4) \otimes (+0.5) = -3.5$ ， $(-8) \otimes (-8) = 0$ ， $(+2.4) \otimes (-$

$$2.4) = 0, (+23) \otimes 0 = +23, 0 \otimes (-\frac{7}{4}) = +\frac{7}{4}.$$

∴绝对值不相等的两数相“乘减”，同号得正，异号得负，并用较大的绝对值减去较小的绝对值；绝对值相等的两数相“乘减”，都得0；一个数与0相“乘减”，或0与一个数相“乘减”，都得这个数的绝对值.

故答案为：正，负，并用较大的绝对值减去较小的绝对值；0.

(2) 由题意，两个有理数进行“乘减法”的计算流程图：



【点评】 本题主要考查了有理数的混合运算，本题是新定义型，准确理解新定义的规定并熟练运用是解题的关键.

31. (7分) 阅读材料，并回答问题

对于某种满足交换律的运算，如果存在一个确定的有理数 n ，使得任意有理数 a 和它进行这种运算后的结果都等于 a 本身，那么 n 叫做这种运算下的单位元. 如果两个有理数进行这种运算后的结果等于单位元，那么这两个有理数互为逆元. 由上述材料可知：

(1) 有理数在加法运算下的单位元是 0，在乘法运算下的单位元是 1；在加法运算下，3的逆元是 -3，在乘法运算下，某个数没有逆元，这个数是 0；

(2) 在有理数范围内，我们定义一种新的运算： $x \ast y = x + y - 2xy$ ，例如： $3 \ast 2 = 3 + 2 - 2 \times 3 \times 2$.

①求在这种新的运算下的单位元；

②在这种新的运算下，有理数3的逆元是 $\frac{3}{5}$ ，在这种运算下，某个有理数没有逆元，这个数是 $\frac{1}{2}$.

【分析】 (1) 根据阅读材料中的定义解答问题；

(2) ①根据新定义，列出等式，解出即可；

②在①的基础上求出有理数 m 的逆元，即可得到答案.

【解答】解：（1） $\because 0$ 加任何数都等与它本身，

$\therefore$ 有理数在加法运算下的单位元是 0，

$\because 1$ 乘以任何数都等与它本身，

$\therefore$ 乘法运算下的单位元是 1，

$\because 3 + (-3) = 0$ ，

$\therefore$ 在加法运算下，3 的逆元是 -3，

在乘法运算下，某个数没有逆元，这个数是 0，

故答案为：0、1、-3、0；

（2）①设 a 是新的运算下的单位元，

$\because x * a = x + a - 2ax$ ，

$\therefore x + a - 2ax = x$ ，即 $2ax = a$ ，

$\because x$ 为任意有理数，

$\therefore a = 0$ ，

$\therefore$ 在这种新的运算下的单位元是 0；

②设 m 的逆元是 n ，

$m * n = m + n - 2mn = 0$ ，

解得 $n = \frac{m}{2m-1}$ ($m \neq \frac{1}{2}$)，

$\therefore$ 任意有理数 m 的逆元是 $n = \frac{m}{2m-1}$ ($m \neq \frac{1}{2}$)，

$\therefore$ 有理数 3 的逆元为 $\frac{3}{2 \times 3 - 1} = \frac{3}{5}$ ，

在这种运算下，某个有理数没有逆元，这个数是 $\frac{1}{2}$ ；

故答案为： $\frac{3}{5}$ ， $\frac{1}{2}$ 。

【点评】本题考查新定义理解，有理数的运算，整式运算，分式运算，理解新定义是解题的关键。