

2024-2025 学年北京市西城区回民中学七年级（上）期中数学试卷

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1.（3 分）下列选项中具有相反意义的量的是（ ）

- A. 上升了 $6m$ 和后退了 $7m$
- B. 卖出 $10kg$ 米和盈利 10 元
- C. 向东行 30 米和向北行 30 米
- D. 收入 20 元和支出 30 元

2.（3 分）将 1430000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 1430×10^3
- B. 143×10^4
- C. 14.3×10^5
- D. 1.43×10^6

3.（3 分）下列运算结果正确的是（ ）

- A. $-4b+b=-3b$
- B. $2x^2+2x^3=4x^5$
- C. $5x-x=5$
- D. $a^2b-ab^2=0$

4.（3 分）下列各组数中，互为相反数的有（ ）

- ① $-(-2)$ 和 $-|-2|$ ；② $(-1)^2$ 和 -1^2 ；③ 2^3 和 3^2 ；④ $(-2)^3$ 和 -2^3 .

- A. ④
- B. ①②
- C. ①②③
- D. ①②④

5.（3 分）在有理数 $(-1)^2$ ， -2^4 ， $-(+\frac{1}{2})^3$ ，0， $-|-3|$ ， $-(-5)$ ， $(-2)^3$ 中正数的个数有（ ）

- A. 4 个
- B. 3 个
- C. 2 个
- D. 1 个

6.（3 分）若 $\frac{1}{2}x^{a-1}y^{2b}$ 与 $-\frac{1}{3}xy^2$ 是同类项，则 a 、 b 值分别为（ ）

- A. $a=2$ ， $b=-1$
- B. $a=2$ ， $b=1$
- C. $a=-2$ ， $b=1$
- D. $a=-2$ ， $b=-1$

7.（3 分）已知 $a-b=1$ ，则代数式 $2a-2b-3$ 的值是（ ）

- A. -1
- B. 1
- C. -5
- D. 5

8.（3 分）下列两个量成反比例关系的有几个（ ）

- ①如果汽车行驶的路程一定，那么汽车行驶的平均速度与时间的关系；
- ②一批水果质量一定，按每箱质量相等的规定分装，装箱数与每箱的质量；
- ③长方体的体积一定，长方体的底面积与高；
- ④购买荧光笔和中性笔的总费用一定，荧光笔的费用与中性笔的费用。

- A. 1 个
- B. 2 个
- C. 3 个
- D. 4 个

9.（3 分）下列说法：

- ①整数包括正整数和负整数；

②分数包括正分数和负分数；

③-7既是负数也是整数，但不是自然数；

④0既是正整数也是负整数。

其中正确的个数是（ ）

A. 4个

B. 3个

C. 2个

D. 1个

10. (3分) 在数轴上表示有理数 a , b , c 的点如图所示. 若 $ac < 0$, $b+a < 0$, 则一定成立的是 ()



A. $|a| > |b|$

B. $|b| < |c|$

C. $b+c < 0$

D. $abc < 0$

二、填空题 (每小题 2 分, 共 16 分) .

11. (2分) 将二进制转化为十进制 $(101)_2 =$ _____ .

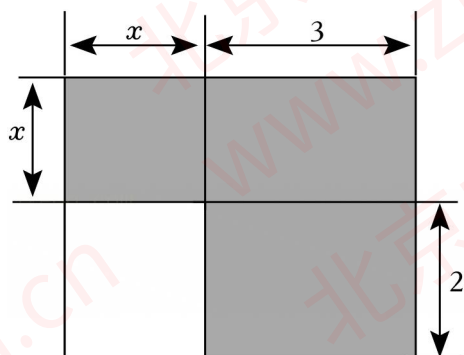
12. (2分) 用四舍五入法将 1.8675 取近似数并精确到 0.01, 所得到的近似数为 _____ .

13. (2分) 如果 $|m|=3$, 则 $m=$ _____ .

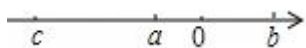
14. (2分) 比较大小: 用 “>”, “<” 或 “=” 填空: -4 _____ $\frac{1}{2}$; $-\frac{3}{5}$ _____ $-\frac{3}{4}$.

15. (2分) 已知 $|x+1| + (2-y)^2 = 0$, 则 x^y 的值是 _____ .

16. (2分) 表示图中阴影部分面积的是 _____ .



17. (2分) a 、 b 、 c 在数轴上对应的位置如图, 化简 $|a+b| - |c-b|$ 的结果是 _____ .



18. (2分) 一组按规律排列的代数式为: $-a^2$, $\frac{a^4}{3}$, $-\frac{a^6}{5}$, $\frac{a^8}{7}$, $-\frac{a^{10}}{9}$, $\dots$. 则第 7 个代数式为 _____, 第 n 个代数式为 _____ .

三、计算 (19-22 题 5 分, 共 20 分)

19. (5分) $13 + (-5) - (-21) - 19$.

20. (5分) $(-1\frac{1}{3}) \times (-9) \div (-\frac{1}{2})$

21. (5分) $(\frac{1}{3} - \frac{11}{21} + \frac{3}{14}) \div (-\frac{1}{42})$

22. (5分) 计算: $-\frac{2^2}{3} - (-1)^{101} - \frac{2}{3} \div (-\frac{2}{3}) \times \frac{3}{2}$.

四、化简、求值(23-24题, 每题5分, 25题6分, 共16分)

23. (5分) 化简: $4x^2 + 3y^2 + 2xy - 4x^2 - 4y^2 - 7xy$.

24. (5分) 化简: $-3(2m^2 - m - 1) - 2(1 - 5m + 2m^2) + (m^2 - 2m - 1)$.

25. (6分) 先化简, 再求值

$5(3a^2b - ab^2) - (ab^2 + 3a^2b) + 2ab^2$, 其中 $a = \frac{1}{2}$, $b = -3$.

五、解答题(26-28题, 每题6分, 共18分)

26. (6分) 理解与思考:

整体代换是数学的一种思想方法. 例如: 已知 $x^2 + x = 0$, 求代数式 $x^2 + x + 1186$ 的值.

我们将 $x^2 + x$ 作为一个整体代入, 则原式 $= 0 + 1186 = 1186$.

仿照上面的解题方法, 完成下面的问题:

(1) 若 $x^2 + x - 2 = 0$, 则 $x^2 + x + 2024 =$ _____;

(2) 如果 $a + b = 5$, 求 $2(a + b) - 4a - 4b + 21$ 的值;

(3) 若 $a^2 + 3ab = 20$, $b^2 + 5ab = 8$, 求 $2a^2 - b^2 + ab$ 的值.

27. (6分) 某商场将进货价为40元的台灯以50元的销售价出售, 平均每月能销售出600个. 市场调研表明, 当销售价每上涨1元时, 其销售量将减少10个. 若设每个台灯的销售价上涨 m 元.

(1) 试用 m 的代数式填空:

① 涨价后, 每个台灯的销售价格为 _____ 元;

② 涨价后每个台灯的利润为 _____ 元;

③ 涨价后商场的台灯的每月销售量为 _____ 个;

(2) 商场要想使该台灯的销售利润平均每月达到12000元, 有如下的方案, 销售经理甲说, “在原销售价每个50元的基础上再上涨30元, 可以完成任务.” 销售经理乙说, “不用涨那么多, 在原售价每个50元的基础上再上涨20元就可以了.” 试判断甲和乙的说法是否正确, 并说明理由.

28. (6分) 规定: 使得 $a - b = ab$ 成立的一对 a, b 为“积差等数对”, 记为 (a, b) .

例如, 因为 $1.5 - 0.6 = 1.5 \times 0.6$, $(-2) - 2 = (-2) \times 2$, 所以数对 $(1.5, 0.6)$, $(-2, 2)$ 都是“积差等数对”.

(1) 下列数对中, 是“积差等数对”的是 _____;

① $(2, \frac{2}{3})$; ② $(1.5, 3)$; ③ $(-\frac{1}{2}, -1)$.

(2) 若 (m, n) 是“积差等数对”，求代数式 $3mn - m - 2nm + 2 - 6m^2 + n + 6m^2$ 的值.

六、附加题 (29 题 5 分, 30 题 5 分, 共 10 分)

29. (5 分) 填空 (直接写出答案)

(1) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \cdots + 99 - 100 =$ _____ ;

(2) $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + \cdots + 2^{20} =$ _____ ;

(3) $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} =$ _____ ; (n 为正整数)

(4) 若 a, b 都是非零的有理数, 那么 $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|}$ 的值是 _____ ;

(5) 若 a, b 都是有理数, $a * b = 3a + 2b$, 化简 $[(x+y) * (x-y)] * (3x) =$ _____ .

30. (5 分)

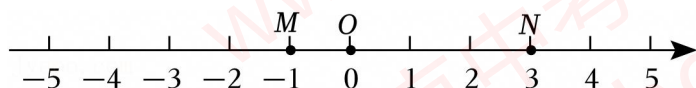
已知数轴上三点 M, O, N 对应的数分别为 $-1, 0, 3$, 点 P 为数轴上任意一点, 其对应的数为 x .

(1) MN 的长为 _____ ;

(2) 如果点 P 到点 M 、点 N 的距离相等, 那么 x 的值是 _____ ;

(3) 数轴上是否存在点 P , 使点 P 到点 M 、点 N 的距离之和是 8? 若存在, 直接写出 x 的值; 若不存在, 请说明理由.

(4) 如果点 P 以每分钟 1 个单位长度的速度从点 O 向左运动, 同时点 M 和点 N 分别以每分钟 2 个单位长度和每分钟 3 个单位长度的速度也向左运动. 设 t 分钟时点 P 到点 M 、点 N 的距离相等, 求 t 的值.



2024-2025 学年北京市西城区回民中学七年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	D	A	B	C	B	A	C	C	A

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1.（3 分）下列选项中具有相反意义的量的是（ ）

- A. 上升了 $6m$ 和后退了 $7m$
- B. 卖出 $10kg$ 米和盈利 10 元
- C. 向东行 30 米和向北行 30 米
- D. 收入 20 元和支出 30 元

【分析】利用正数和负数的意义解答.

【解答】解：只有 D 选项符合题意.

故选：D.

【点评】本题考查了正数和负数，解题的关键是掌握正数和负数的意义.

2.（3 分）将 1430000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 1430×10^3
- B. 143×10^4
- C. 14.3×10^5
- D. 1.43×10^6

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解： $1430000 = 1.43 \times 10^6$.

故选：D.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3.（3 分）下列运算结果正确的是（ ）

- A. $-4b + b = -3b$
- B. $2x^2 + 2x^3 = 4x^5$
- C. $5x - x = 5$
- D. $a^2b - ab^2 = 0$

【分析】根据合并同类项的法则把系数相加即可.

【解答】解： A 、系数相加字母及指数不变，故 A 符合题意；

B 、不是同类项不能合并，故 B 不符合题意；

C 、系数相加字母及指数不变，故 C 不符合题意；

D 、不是同类项不能合并，故 D 不符合题意；

故选： A 。

【点评】本题考查了合并同类项法则的应用，注意：合并同类项时，把同类项的系数相加作为结果的系数，字母和字母的指数不变。

4. (3分) 下列各组数中，互为相反数的有 ()

① $-(-2)$ 和 $-|-2|$ ；② $(-1)^2$ 和 -1^2 ；③ 2^3 和 3^2 ；④ $(-2)^3$ 和 -2^3 。

A. ④

B. ①②

C. ①②③

D. ①②④

【分析】根据 a^n 表示 n 个 a 相乘，而 $-an$ 表示 an 的相反数，而 $(-a)^{2n}=a^{2n}$ ， $(-a)^{2n+1}=-a^{2n+1}$ (n 是整数) 即可对各个选项中的式子进行化简，然后根据相反数的定义即可作出判断。

【解答】解：① $-(-2)=2$ ， $-|-2|=-2$ ，故互为相反数；

② $(-1)^2=1$ ， $-1^2=-1$ ，故互为相反数；

③ $2^3=8$ ， $3^2=9$ 不互为相反数；

④ $(-2)^3=-8$ ， $-2^3=-8$ ，相等，不是互为相反数。

故选： B 。

【点评】本题主要考查了有理数的乘方的意义和性质， $(-a)^{2n}=a^{2n}$ ， $(-a)^{2n+1}=-a^{2n+1}$ ，注意 -1^2 和 $(-1)^2$ 的区别。

5. (3分) 在有理数 $(-1)^2$ ， -2^4 ， $-(+\frac{1}{2})^3$ ， 0 ， $-|-3|$ ， $-(-5)$ ， $(-2)^3$ 中正数的个数有 ()

A. 4个

B. 3个

C. 2个

D. 1个

【分析】根据有理数的乘方法则、绝对值的性质计算，判断即可。

【解答】解： $(-1)^2$ ， $-(-5)$ 是正数，

故选： C 。

【点评】本题考查的是有理数的概念、有理数的乘方，掌握有理数的乘方法则、有理数的概念是解题的关键。

6. (3分) 若 $\frac{1}{2}x^{a-1}y^{2b}$ 与 $-\frac{1}{3}xy^2$ 是同类项，则 a 、 b 值分别为 ()

A. $a=2$ ， $b=-1$

B. $a=2$ ， $b=1$

C. $a=-2$ ， $b=1$

D. $a=-2$ ， $b=-1$

【分析】根据同类项的概念求解。

【解答】解：∵ $\frac{1}{2}x^{a-1}y^{2b}$ 与 $-\frac{1}{3}xy^2$ 是同类项，

$$\therefore a-1=1, 2b=2,$$

解得： $a=2, b=1$.

故选：B.

【点评】本题考查了同类项的知识，解答本题的关键是掌握同类项定义中的两个“相同”：相同字母的指数相同.

7. (3分) 已知 $a-b=1$ ，则代数式 $2a-2b-3$ 的值是()

- A. -1 B. 1 C. -5 D. 5

【分析】将所求代数式前面两项提公因式2，再将 $a-b=1$ 整体代入即可.

【解答】解：∵ $a-b=1$,

$$\therefore 2a-2b-3=2(a-b)-3=2\times 1-3=-1.$$

故选：A.

【点评】本题考查了代数式求值. 关键是分析已知与所求代数式的特点，运用整体代入法求解.

8. (3分) 下列两个量成反比例关系的有几个()

- ①如果汽车行驶的路程一定，那么汽车行驶的平均速度与时间的关系；
- ②一批水果质量一定，按每箱质量相等的规定分装，装箱数与每箱的质量；
- ③长方体的体积一定，长方体的底面积与高；
- ④购买荧光笔和中性笔的总费用一定，荧光笔的费用与中性笔的费用.

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【分析】判断两个相关联的量之间成什么比例，就看这两个量是对应的比值一定，还是对应的乘积一定，如果是比值一定，就成正比例，如果是乘积一定，则成反比例. 据此进行判断即可.

【解答】解：①如果汽车行驶的路程一定，那么汽车行驶的平均速度与时间的乘积一定，即汽车行驶的平均速度与时间成反比例关系；

②一批水果质量一定，按每箱质量相等的规定分装，装箱数与每箱的的质量的乘积一定，即装箱数与每箱的质量成反比例关系；

③长方体的体积一定，长方体的底面积与高成反比例关系；

④购买荧光笔和中性笔的总费用一定，即荧光笔的费用与中性笔的费用之和一定，荧光笔的费用与中性笔的费用不是成反比例关系.

所以两个量成反比例关系的有3个.

故选：C.

【点评】 本题考查了反比例，解题的关键是看这两个量是对应的比值一定，还是对应的乘积一定，再作判断.

9. (3 分) 下列说法:

- ① 整数包括正整数和负整数;
- ② 分数包括正分数和负分数;
- ③ -7 既是负数也是整数, 但不是自然数;
- ④ 0 既是正整数也是负整数.

其中正确的个数是 ()

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

【分析】 利用有理数的概念和分类解答.

【解答】 解: ① 整数包括正整数和负整数, 错误, 因为还有 0 ;

② 分数包括正分数和负分数, 正确;

③ -7 既是负数也是整数, 但不是自然数, 正确;

④ 0 既是正整数也是负整数, 错误, 0 既不是正数也不是负数.

$\therefore$ 正确的有 ②③, 共计 2 个.

故选: C.

【点评】 本题考查了有理数, 解题的关键是掌握有理数的概念和有理数的分类.

10. (3 分) 在数轴上表示有理数 a, b, c 的点如图所示. 若 $ac < 0, b+a < 0$, 则一定成立的是 ()



- A. $|a| > |b|$ B. $|b| < |c|$ C. $b+c < 0$ D. $abc < 0$

【分析】 根据数轴和 $ac < 0, b+a < 0$, 可以判断选项中的结论是否成立, 从而可以解答本题.

【解答】 解: 由数轴可得 $a < b < c$,

$\therefore ac < 0, b+a < 0$,

$\therefore a < b, ac < 0, b+a < 0$,

$\therefore a < 0, c > 0, |a| > |b|$, 故选项 A 正确;

如果 $a = -2, b = -1, c = \frac{1}{2}$, 则 $|b| > |c|$, 故选项 B 错误;

$\therefore$ 如果 $a = -2, b = 0, c = 2$, 则 $b+c > 0$, 故选项 C 错误;

如果 $a = -2, b = 0, c = 2$, 则 $abc = 0$, 故选 D 错误.

故选：A.

【点评】本题考查数轴，解题的关键是明确数轴的特点，能举出错误选项的反例.

二、填空题（每小题 2 分，共 16 分）.

11. (2 分) 将二进制转化为十进制 $(101)_2 = \underline{5}$.

【分析】根据题意列式计算即可.

【解答】解： $(101)_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
 $= 4 + 0 + 1$
 $= 5,$

故答案为：5.

【点评】本题考查有理数的混合运算，结合已知条件列得正确的算式是解题的关键.

12. (2 分) 用四舍五入法将 1.8675 取近似数并精确到 0.01，所得到的近似数为 $\underline{1.87}$.

【分析】把千分位上的数字 7 进行四舍五入即可.

【解答】解： $1.8675 \approx 1.87$ (精确到 0.01).

故答案为：1.87.

【点评】本题考查了近似数：“精确到第几位”是精确度的常用的表示形式.

13. (2 分) 如果 $|m|=3$ ，则 $m = \underline{\pm 3}$.

【分析】由绝对值的定义可得 m 的值.

【解答】解： $\because |m|=3$ ，
 $\therefore m = \pm 3$ ，

故答案为： ± 3 .

【点评】本题主要考查了绝对值的定义，熟练运用定义是解答此题的关键.

14. (2 分) 比较大小：用“>”，“<”或“=”填空： $-4 \underline{<} \frac{1}{2}$ ； $-\frac{3}{5} \underline{>} -\frac{3}{4}$.

【分析】分别根据“负数小于正数，两个负数比较大小，绝对值大的反而小”解答即可.

【解答】解： $-4 < \frac{1}{2}$ ；
 $\because |-\frac{3}{5}| = \frac{3}{5}$ ， $|-\frac{3}{4}| = \frac{3}{4}$ ， $\frac{3}{5} < \frac{3}{4}$ ，
 $\therefore -\frac{3}{5} > -\frac{3}{4}$.

故答案为： $<$ ； $>$.

【点评】本题考查了有理数大小比较，掌握两个负数大小比较方法是解答本题的关键.

15. (2分) 已知 $|x+1|+(2-y)^2=0$, 则 x^y 的值是 1 .

【分析】根据非负数的性质列方程求出 x 、 y 的值, 然后代入代数式进行计算即可得解.

【解答】解: 由非负数的性质得, $x+1=0$, $2-y=0$,

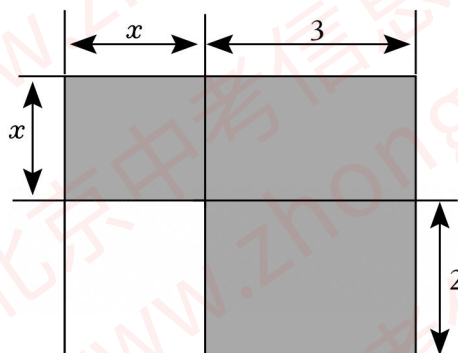
解得 $x=-1$, $y=2$,

所以, $x^y=(-1)^2=1$.

故答案为: 1.

【点评】本题考查了非负数的性质: 几个非负数的和为0时, 这几个非负数都为0.

16. (2分) 表示图中阴影部分面积的是 x^2+3x+6 .



【分析】根据面积公式表示出该阴影部分的面积即可.

【解答】解: $x^2+3x+3\times 2=x^2+3x+6$,

故答案为: x^2+3x+6 .

【点评】本题考查了列代数式, 解题的关键是根据图形中各边的数量关系列出代数式.

17. (2分) a 、 b 、 c 在数轴上对应的位置如图, 化简 $|a+b|-|c-b|$ 的结果是 $a+c$.



【分析】由 a 、 b 和 c 在数轴上的位置可求出 $c < a < 0 < b$, 即 $a+b > 0$, $c-b < 0$, 然后将原式进行化简求解即可.

【解答】解: 由 a 、 b 和 c 在数轴上的位置可得: $c < a < 0 < b$,

即 $a+b > 0$, $c-b < 0$,

$$\therefore |a+b|-|c-b|$$

$$=a+b+(c-b)$$

$$=a+c.$$

故答案为: $a+c$.

【点评】本题考查了整式的加减, 解答本题的关键在于由 a 、 b 和 c 在数轴上的位置求出 $c < a < 0 < b$,

进而求出 $a+b>0$, $c-b<0$, 然后将原式进行化简求解.

18. (2分) 一组按规律排列的代数式为: $-a^2, \frac{a^4}{3}, -\frac{a^6}{5}, \frac{a^8}{7}, -\frac{a^{10}}{9}, \dots$. 则第7个代数式为 $-\frac{1}{13}a^{14}$,

第 n 个代数式为 $(-1)^n \times \frac{1}{2n-1} a^{2n}$.

【分析】 根据所给代数式, 观察其系数及次数的变化, 发现规律即可解决问题.

【解答】 解: 由题知,

所给代数式的系数依次为: $-1, \frac{1}{3}, -\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, -\frac{1}{9}, \dots$,

所以第 n 个代数式的系数为 $(-1)^n \times \frac{1}{2n-1}$;

所给代数式的次数依次为: $2, 4, 6, 8, 10, \dots$,

所以第 n 个代数式的次数为 $2n$,

所以第 n 个代数式可表示为: $(-1)^n \times \frac{1}{2n-1} \cdot a^{2n}$.

当 $n=7$ 时,

第7个代数式为 $-\frac{1}{13}a^{14}$.

故答案为: $-\frac{1}{13}a^{14}, (-1)^n \times \frac{1}{2n-1} a^{2n}$.

【点评】 本题主要考查了数字变化的规律, 能根据题意发现所给代数式系数及次数的变化规律是解题的关键.

三、计算 (19-22 题 5 分, 共 20 分)

19. (5分) $13+(-5)-(-21)-19$.

【分析】 先把减法变成加法, 再根据加法法则进行计算即可.

【解答】 解: 原式 $= 13+(-5)+(+21)+(-19)$

$$= 13-5+21-19$$

$$= 10.$$

【点评】 本题考查了有理数的加减, 能灵活运用法则进行计算是解此题的关键.

20. (5分) $(-1\frac{1}{3}) \times (-9) \div (-\frac{1}{2})$

【分析】 根据有理数的混合计算解答即可.

【解答】 解: $(-1\frac{1}{3}) \times (-9) \div (-\frac{1}{2})$

$$= -\frac{4}{3} \times 9 \div \frac{1}{2}$$

$$= -\frac{4}{3} \times 9 \times 2$$

$$= -24.$$

【点评】此题考查有理数的混合计算，关键是根据计算的顺序进行解答.

$$21. (5 \text{ 分}) \left(\frac{1}{3} - \frac{11}{21} + \frac{3}{14} \right) \div \left(-\frac{1}{42} \right)$$

【分析】先将除法转化为乘法，再利用分配律计算.

$$\text{【解答】解：原式} = \left(\frac{1}{3} - \frac{11}{21} + \frac{3}{14} \right) \times (-42)$$

$$= \frac{1}{3} \times (-42) - \frac{11}{21} \times (-42) + \frac{3}{14} \times (-42)$$

$$= -14 + 22 - 9$$

$$= -1.$$

【点评】本题考查了有理数除法法则：除以一个不等于 0 的数，等于乘这个数的倒数. 注意除法转化为乘法以后，能够利用运算律的要利用运算律进行简便计算.

$$22. (5 \text{ 分}) \text{ 计算：} -\frac{2^2}{3} - (-1)^{101} - \frac{2}{3} \div \left(-\frac{2}{3} \right) \times \frac{3}{2}.$$

【分析】先算乘方，再算乘除，最后算减法即可.

$$\text{【解答】解：原式} = -\frac{4}{3} + 1 - \frac{2}{3} \times \left(-\frac{3}{2} \right) \times \frac{3}{2}$$

$$= -\frac{4}{3} + 1 + \frac{3}{2}$$

$$= \frac{7}{6}.$$

【点评】本题考查有理数的混合运算，熟练掌握相关运算法则是解题的关键.

四、化简、求值（23-24 题，每题 5 分，25 题 6 分，共 16 分）

$$23. (5 \text{ 分}) \text{ 化简：} 4x^2 + 3y^2 + 2xy - 4x^2 - 4y^2 - 7xy.$$

【分析】先找出同类项，然后合并即可.

$$\text{【解答】解：} 4x^2 + 3y^2 + 2xy - 4x^2 - 4y^2 - 7xy$$

$$= (4x^2 - 4x^2) + (3y^2 - 4y^2) + (2xy - 7xy)$$

$$= -y^2 - 5xy.$$

【点评】本题考查了合并同类项，熟练掌握合并同类项法则是解题的关键.

$$24. (5 \text{ 分}) \text{ 化简：} -3(2m^2 - m - 1) - 2(1 - 5m + 2m^2) + (m^2 - 2m - 1).$$

【分析】先去括号，再合并同类项，即可得到结果.

$$\text{【解答】解：} -3(2m^2 - m - 1) - 2(1 - 5m + 2m^2) + (m^2 - 2m - 1)$$

$$\begin{aligned}
 &= -6m^2 + 3m + 3 - 2 + 10m - 4m^2 + m^2 - 2m - 1 \\
 &= (-6m^2 - 4m^2 + m^2) + (3m + 10m - 2m) + 3 - 2 - 1 \\
 &= -9m^2 + 11m.
 \end{aligned}$$

【点评】本题考查了整式的加减运算，熟练掌握整式加减运算法则是解题的关键。

25. (6分) 先化简，再求值

$$5(3a^2b - ab^2) - (ab^2 + 3a^2b) + 2ab^2, \text{ 其中 } a = \frac{1}{2}, b = -3.$$

【分析】原式利用去括号法则去括号后，合并得到最简结果，将 a 与 b 的值代入计算，即可求出值。

$$\text{【解答】解：原式} = 15a^2b - 5ab^2 - ab^2 + 3a^2b + 2ab^2 = 12a^2b - 4ab^2,$$

把 $a = \frac{1}{2}$, $b = -3$ 代入，

$$\text{原式} = -9 - 18 = -27.$$

【点评】此题考查了整式的加减 - 化简求值，涉及的知识有：去括号法则，以及合并同类项法则，熟练掌握法则是解本题的关键。

五、解答题 (26-28 题，每题 6 分，共 18 分)

26. (6分) 理解与思考：

整体代换是数学的一种思想方法。例如：已知 $x^2 + x = 0$ ，求代数式 $x^2 + x + 1186$ 的值。

我们将 $x^2 + x$ 作为一个整体代入，则原式 $= 0 + 1186 = 1186$ 。

仿照上面的解题方法，完成下面的问题：

(1) 若 $x^2 + x - 2 = 0$ ，则 $x^2 + x + 2024 = \underline{2026}$ ；

(2) 如果 $a + b = 5$ ，求 $2(a + b) - 4a - 4b + 21$ 的值；

(3) 若 $a^2 + 3ab = 20$ ， $b^2 + 5ab = 8$ ，求 $2a^2 - b^2 + ab$ 的值。

【分析】(1) 变形已知，整体代入求值；

(2) 先化简整式，再整体代入求值；

(3) 已知中的第一个等式乘以 2 减去第二个等式得结论。

$$\text{【解答】解：(1) } \because x^2 + x - 2 = 0,$$

$$\therefore x^2 + x = 2.$$

$$\therefore x^2 + x + 2024 = 2 + 2024 = 2026.$$

故答案为：2026。

$$(2) 2(a + b) - 4a - 4b + 21$$

$$= 2(a + b) - 4(a + b) + 21$$

$$=21-2(a+b).$$

$$\because a+b=5,$$

$$\therefore \text{原式}=21-2\times 5=21-10=11.$$

$$(3) \because a^2+3ab=20, b^2+5ab=8,$$

$$\therefore 2a^2+6ab=40,$$

$$\therefore 2a^2+6ab-b^2-5ab=40-8, \text{ 即 } 2a^2-b^2+ab=32.$$

【点评】 本题考查了整式的化简求值，掌握等式的性质及整体代入的思想方法是解决本题的关键。

27. (6分) 某商场将进货价为40元的台灯以50元的销售价出售，平均每月能销售出600个。市场调研表明，当销售价每上涨1元时，其销售量将减少10个。若设每个台灯的销售价上涨 m 元。

(1) 试用 m 的代数式填空：

①涨价后，每个台灯的销售价格为 $(50+m)$ 元；

②涨价后每个台灯的利润为 $(10+m)$ 元；

③涨价后商场的台灯的平均每月的销售量为 $(600-10m)$ 个；

(2) 商场要想使该台灯的销售利润平均每月达到12000元，有如下的方案，销售经理甲说，“在原销售价每个50元的基础上再上涨30元，可以完成任务。”销售经理乙说，“不用涨那么多，在原售价每个50元的基础上再上涨20元就可以了。”试判断甲和乙的说法是否正确，并说明理由。

【分析】 (1) ①根据每个台灯的销售价上涨 m 元，列出代数式即可；

②根据某商场将进货价为40元的台灯以50元的销售价出售，每个台灯的销售价上涨 m 元，列出代数式即可；

③根据当销售价每上涨1元时，其销售量将减少10个，列出代数式即可；

(2) 根据该台灯的销售利润平均每月达到12000元，列出一元二次方程，解方程，即可得出结论。

【解答】 解：(1) ①涨价后，每个台灯的销售价格为 $(50+m)$ 元，

故答案为： $(50+m)$ ；

②涨价后每个台灯的利润为 $(50+m-40)$ 元，即 $(10+m)$ 元，

故答案为： $(10+m)$ ；

③涨价后商场的台灯的平均每月的销售量为 $(600-10m)$ 个，

故答案为： $(600-10m)$ ；

(2) 甲、乙的说法都是正确的，理由如下：

由题意得： $(10+m)(600-10m)=12000$ ，

整理得： $m^2-50m+600=0$ ，

解得： $m_1=30$ ， $m_2=20$ ，

即商场要想使该台灯的销售利润平均每月达到 12000 元，在原销售价每个 50 元的基础上再上涨 30 元或 20 元，

∴甲、乙的说法都是正确的.

【点评】 本题考查了一元二次方程的应用以及列代数式，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

28. (6 分) 规定：使得 $a - b = ab$ 成立的一对 a, b 为“积差等数对”，记为 (a, b) .

例如，因为 $1.5 - 0.6 = 1.5 \times 0.6$ ， $(-2) - 2 = (-2) \times 2$ ，所以数对 $(1.5, 0.6)$ ， $(-2, 2)$ 都是“积差等数对”.

(1) 下列数对中，是“积差等数对”的是 ①③ ；

① $(2, \frac{2}{3})$ ；② $(1.5, 3)$ ；③ $(-\frac{1}{2}, -1)$.

(2) 若 (m, n) 是“积差等数对”，求代数式 $3mn - m - 2nm + 2 - 6m^2 + n + 6m^2$ 的值.

【分析】 (1) 根据新定义内容进行计算，从而作出判断；

(2) 将原式合并同类项进行化简，然后根据新定义内容列出等式并化简，最后代入求值.

【解答】 解：(1) ① $2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$ ， $2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$ ，

∴ $2 - \frac{2}{3} = 2 \times \frac{2}{3}$ ，故①是“积差等数对”，

② $1.5 - 3 = -1.5$ ， $1.5 \times 3 = 4.5$ ，

∴ $1.5 - 3 \neq 1.5 \times 3$ ，故②不是“积差等数对”，

③ $-\frac{1}{2} - (-1) = \frac{1}{2}$ ， $(-\frac{1}{2}) \times (-1) = \frac{1}{2}$ ，

∴ $-\frac{1}{2} - (-1) = -\frac{1}{2} \times (-1)$ ，故③是“积差等数对”，

故答案为：①③；

(2) 原式 $= 3mn - m - 2nm + 2 - 6m^2 + n + 6m^2$

$= 3mn - 2nm + 2 + 6m^2 - 6m^2 - m + n$

$= mn - (m - n) + 2$ ，

∵ (m, n) 是“积差等数对”，

∴ $m - n = mn$ ，

∴ 原式 $= mn - (m - n) + 2$

$= mn - mn + 2$

=2.

【点评】本题整式的加减一化简求值，理解“积差等数对”的定义，掌握运算法则是解题关键.

六、附加题（29题5分，30题5分，共10分）

29.（5分）填空（直接写出答案）

(1) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \cdots + 99 - 100 = \underline{-50}$;

(2) $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + \cdots + 2^{20} = \underline{2^{21} - 1}$;

(3) $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \underline{\frac{n}{2n+1}}$; (n 为正整数)

(4) 若 a, b 都是非零的有理数，那么 $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|}$ 的值是 $\underline{3 \text{ 或 } -1}$;

(5) 若 a, b 都是有理数， $a * b = 3a + 2b$ ，化简 $[(x+y) * (x-y)] * (3x) = \underline{21x+3y}$.

【分析】(1) 第1个数与第2数之和为-1，第3个数与第4个数的和为-1，以此类推，得到50个-1相加，得到结果；

(2) 把原式看作一个整体，表示出它的2倍，再两式相减，得到结果；

(3) 根据最后一项可化简为分母是连续奇数，分子为1的两个数之差的形式，从而对原式变形，通过每一个式子相消的办法，得到结果；

(4) 讨论 a, b 有正负，去掉绝对值符号，化简可得到结果；

(5) 根据新定义，对原式进行化简，即可.

【解答】解：(1) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \cdots + 99 - 100$

$$= (1 - 2) + (3 - 4) + (5 - 6) + \cdots + (99 - 100)$$

$$= 50 \times (-1)$$

$$= -50;$$

故答案为：-50;

(2) 令 $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + \cdots + 2^{20}$, ①

$$2S = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + \cdots + 2^{20} + 2^{21}, \text{ ②}$$

$$\text{②} - \text{①}, \text{ 得: } S = 2^{21} - 1,$$

$$\text{即: } 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + \cdots + 2^{20} = 2^{21} - 1;$$

故答案为： $2^{21} - 1$;

$$(3) \because \frac{2}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1},$$

$$\therefore \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \left[\frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \cdots + \frac{2}{(2n-1)(2n+1)} \right] \\
&= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) \\
&= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1} \right) \\
&= \frac{n}{2n+1};
\end{aligned}$$

故答案为: $\frac{n}{2n+1}$;

(4) 若 a, b 都是非零的有理数,

$$\textcircled{1} a > 0, b > 0,$$

$$\begin{aligned}
&\therefore \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|} \\
&= \frac{a}{a} + \frac{b}{b} + \frac{ab}{ab} \\
&= 1 + 1 + 1 \\
&= 3,
\end{aligned}$$

$$\textcircled{2} a > 0, b < 0,$$

$$\begin{aligned}
&\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|} \\
&= \frac{a}{a} + \frac{b}{-b} + \frac{ab}{-ab} \\
&= 1 - 1 - 1 \\
&= -1,
\end{aligned}$$

$$\textcircled{3} a < 0, b > 0,$$

$$\begin{aligned}
&\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|} \\
&= \frac{a}{-a} + \frac{b}{b} + \frac{ab}{-ab} \\
&= -1 + 1 - 1 \\
&= -1,
\end{aligned}$$

$$\textcircled{4} a < 0, b < 0,$$

$$\begin{aligned}
&\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|} \\
&= \frac{a}{-a} + \frac{b}{-b} + \frac{ab}{ab} \\
&= -1 - 1 + 1
\end{aligned}$$

$$= -1,$$

综上所述，原式的值为 3 或 -1；

故答案为：3 或 -1；

(5) a, b 都是有理数， $a*b=3a+2b$ ，

$$[(x+y) * (x-y)] * (3x)$$

$$=[3(x+y)+2(x-y)] * (3x)$$

$$=(5x+y) * (3x)$$

$$=3(5x+y)+2 \times 3x$$

$$=15x+3y+6x$$

$$=21x+3y.$$

故答案为： $21x+3y$ 。

【点评】 本题考查了有理数的混合运算，新定义的运用，整式的混合运算，熟练掌握相关运算法则是解题的关键。

30. (5 分)

已知数轴上三点 M, O, N 对应的数分别为 -1, 0, 3，点 P 为数轴上任意一点，其对应的数为 x 。

(1) MN 的长为 4；

(2) 如果点 P 到点 M 、点 N 的距离相等，那么 x 的值是 1；

(3) 数轴上是否存在点 P ，使点 P 到点 M 、点 N 的距离之和是 8？若存在，直接写出 x 的值；若不存在，请说明理由。

(4) 如果点 P 以每分钟 1 个单位长度的速度从点 O 向左运动，同时点 M 和点 N 分别以每分钟 2 个单位长度和每分钟 3 个单位长度的速度也向左运动。设 t 分钟时点 P 到点 M 、点 N 的距离相等，求 t 的值。



【分析】 (1) MN 的长为 $3 - (-1) = 4$ ，即可解答；

(2) 根据题意列出关于 x 的方程，求出方程的解即可得到 x 的值；

(3) 可分为点 P 在点 M 的左侧和点 P 在点 N 的右侧，点 P 在点 M 和点 N 之间三种情况计算；

(4) 分别根据①当点 M 和点 N 在点 P 同侧时；②当点 M 和点 N 在点 P 异侧时，进行解答即可。

【解答】 解：(1) MN 的长为 $3 - (-1) = 4$ ；

(2) 根据题意得： $x - (-1) = 3 - x$ ，

解得： $x=1$ ；

(3) ①当点 P 在点 M 的左侧时.

根据题意得: $-1-x+3-x=8$.

解得: $x=-3$.

② P 在点 M 和点 N 之间时, 则 $x-(-1)+3-x=8$, 方程无解, 即点 P 不可能在点 M 和点 N 之间.

③点 P 在点 N 的右侧时, $x-(-1)+x-3=8$.

解得: $x=5$.

$\therefore x$ 的值是 -3 或 5 ;

(4) 设运动 t 分钟时, 点 P 到点 M , 点 N 的距离相等, 即 $PM=PN$.

点 P 对应的数是 $-t$, 点 M 对应的数是 $-1-2t$, 点 N 对应的数是 $3-3t$.

①当点 M 和点 N 在点 P 同侧时, 点 M 和点 N 重合,

所以 $-1-2t=3-3t$, 解得 $t=4$, 符合题意.

②当点 M 和点 N 在点 P 异侧时, 点 M 位于点 P 的左侧, 点 N 位于点 P 的右侧 (因为三个点都向左运动, 出发时点 M 在点 P 左侧, 且点 M 运动的速度大于点 P 的速度, 所以点 M 永远位于点 P 的左侧),

故 $PM=-t-(-1-2t)=t+1$. $PN=(3-3t)-(-t)=3-2t$.

所以 $t+1=3-2t$, 解得 $t=\frac{2}{3}$, 符合题意.

综上所述, t 的值为 $\frac{2}{3}$ 或 4 .

【点评】 此题主要考查了数轴的应用以及一元一次方程的应用, 根据 M , N 位置的不同进行分类讨论是解题关键.