

2024-2025 学年北京市西城区三帆中学七年级（上）期中数学试卷

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）每道题只有一个选项符合题意

1.（3 分）-5 的相反数是（ ）

- A. 5 B. -5 C. $\frac{1}{5}$ D. ± 5

2.（3 分）2024 年 9 月 25 日，中国向太平洋公海发射了一枚东风 31AG 洲际导弹，导弹在飞行 12000000 米以后精准打击到了预定目标，充分展现出了中国导弹的可靠性。根据当前各国媒体的报道来看，中国的这次导弹实验是相当成功的。将 12000000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 12×10^6 B. 1.2×10^7 C. 1.2×10^6 D. 0.12×10^6

3.（3 分）下列各组式子中的两个单项式是同类项的是（ ）

- A. a 与 b B. $-3xy$ 与 $4xy$
C. abc 与 $2ac$ D. $-\frac{1}{5}x^2y$ 与 $4xy^2$

4.（3 分）下列合并同类项正确的是（ ）

- A. $3x^3 - 5x^3 = 2$ B. $x+3y=3xy$
C. $4xy+3xy=7x^2y^2$ D. $x^2y - \frac{1}{2}x^2y = \frac{1}{2}x^2y$

5.（3 分）下列等式的变形中，正确的是（ ）

- A. 若 $x-3=5$ ，则 $x=2$ B. 若 $2m=4n$ ，则 $m=\frac{n}{2}$
C. 若 $-a=6$ ，则 $a=-6$ D. 若 $\frac{3y}{5}=0$ ，则 $y=-\frac{3}{5}$

6.（3 分）当矩形的面积为定值时，下列选项中成反比例的量的是（ ）

- A. 矩形的一边与周长 B. 矩形的一边与面积
C. 矩形的长与宽 D. 矩形的周长与面积

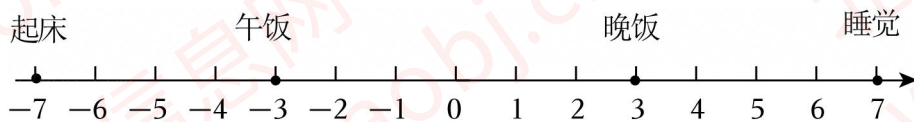
7.（3 分）若 $x^2+2x-1=0$ ，则 $2x^2+4x-2024$ 的值为（ ）

- A. -2022 B. 2022 C. 2026 D. 2027

8.（3 分）我国古代数学名著《张邱建算经》中记载：“今有清酒一斗直粟十斗，醕酒一斗直粟三斗，今持粟三斛，得酒五斗，问清、醕酒各几何？”意思是：现在一斗清酒价值 10 斗谷子，一斗醕酒价值 3 斗谷子，现在拿 30 斗谷子，共换了 5 斗酒，问清、醕酒各几斗？如果设清酒 x 斗，那么可列方程为（ ）

- A. $10x+3(5-x)=30$ B. $3x+10(5-x)=30$
C. $\frac{x}{10} + \frac{30-x}{3} = 5$ D. $\frac{x}{3} + \frac{30-x}{10} = 5$

9. (3分) 十一假期小明的日常生活情境作息时间如图，将小明假期每日的作息时间表表示在数轴上(1个单位长度表示1小时，右边的事件比左边的事件后发生)，已知小明22:30上床睡觉，则下列说法正确的是()



- A. 小明早上7:00起床
B. 小明一天的睡觉时长为14个小时
C. 小明午饭和晚饭间隔4个小时
D. 小明18:30吃晚饭
10. (3分) 定义新运算：用“ $\div$ ”连接 n 个相同非零有理数 a 所构成的运算叫做除方，记作 $a^{③}$ 。比如 $2^{③}=2\div2\div2$ 读作“2的圈3次方”， $(-3)^{④}=(-3)\div(-3)\div(-3)\div(-3)$ ，读作“4(-3)的圈4次方”。下面说法不正确的是()
- A. 任意非零数的圈3次方都等于它的倒数。
B. 圈 n 次方等于它本身的数是1或-1(n 为任意正整数)。
C. 互为相反数的两个数的圈 n 次方不一定互为相反数。
D. 互为倒数的两个数的圈 n 次方互为倒数。

二、填空题(每题2分，共16分)

11. (2分) 《九章算术》中注有“今两算得失相反，要令正负以名之”。意思是今有两数，若其意义相反，则分别叫做正数与负数。如果钟表的分针逆时针方向旋转 50° ，记作 $+50^\circ$ ，则顺时针方向旋转 35° ，记作_____。

12. (2分) 用四舍五入法将1.5368精确到百分位，所得到的近似数为_____。

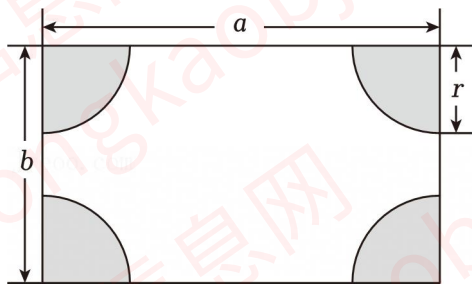
13. (2分) 单项式 $-\frac{3x^3y}{5}$ 的系数是_____，次数是_____。

14. (2分) $x=-1$ 是关于 x 的方程 $2m-3x+1=0$ 的解，则 m 的值是_____。

15. (2分) 有理数 a, b 在数轴上的位置如图所示。则 a _____ b , $|a|$ _____ $|b|$ 。



16. (2分) 如图，在一个长为 am ，宽为 bm 的长方形广场中，四角各布置了一个半径为 rm 的四分之一圆形花坛，其余部分为空地。则这个长方形广场的空地的面积为_____ m^2 (用含 a, b, r 的代数式表示，结果保留 π)。



17. (2分) 若关于 x 、 y 的多项式 $x^3 - 2kxy + y^3 + 6xy - 6$ 不含二次项, 则 $k =$ _____ .

18. (2分) 中国古代很早就用算筹来表示数并进行计算, 算筹有横式和纵式两种, 表示个位、百位、万位……时用纵式算筹, 而表示十位、千位、十万位……时用横式算筹, 下面的图1是算筹的横式与纵式所表示的数字1-9, 当时并没有代表0的符号, 而是用空位来表示0. 算筹不仅使用了十进制, 而且是“位值制”, 从右往左, 第一位表示有几个1, 第二位表示有几个10, …依此类推. 图2是用算筹进行加法计算的过程, 请补全图2中的数字和图形.

纵式: $\begin{array}{cccccccccc} | & || & ||| & |||| & ||||| & \top & \top\top & \top\top\top & \top\top\top\top & \top\top\top\top\top \end{array}$
 横式: $\begin{array}{cccccccccc} \text{—} & \text{=} & \text{≡} & \text{≡} & \text{≡} & \perp & \perp\perp & \perp\perp\perp & \perp\perp\perp\perp & \perp\perp\perp\perp\perp \end{array}$
 1 2 3 4 5 6 7 8 9

$\begin{array}{c} | = \top\top \\ \perp |||| \end{array}$ 加数127
 加数____
 和_____

图1

图2

三、解答题 (共 54 分, 19 题 16 分, 20-21 题每题 8 分, 22、24 题每题 5 分, 23、25 每题 6 分)

19. (16分) 计算:

(1) $-7 + (-3) - (-4) + (-6)$;

(2) $-8 \times (-\frac{2}{15}) \div \frac{4}{5}$;

(3) $(-\frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{7}{12}) \div (-\frac{1}{24})$;

(4) $-1^2 + 9 \times (\frac{2}{3})^2 - |-3|$.

20. (8分) 化简:

(1) $n - m - 2(m - n) + 3(n + 2m)$;

(2) $x^2 - 2xy + \frac{7}{4} - (3x^2 - 4xy + \frac{3}{4})$.

21. (8分) 解方程:

(1) $2x + 6 = 4 - 3x$;

(2) $5x + 3(3x - 4) = 2$.

22. (5分) 先化简, 再求值: $2(2ab - 3a^2 + ab^2) - 3(ab - 2a^2 - ab^2) - 5ab^2$, 其中 $(a+1)^2 + |b-2| = 0$.

23. (5分) 我国经济受市场影响, 同时还受到政府的宏观调控. 某市政府对居民发放无门槛代金券, 以此促进消费 (资金由政府补给商家, 不会增加商家营业成本). 下面是某服装店一周内各天的营业额相对于 10000 元的情况 (超过的记为 “+”, 不足的记为 “-”):

	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天	第 5 天	第 6 天	第 7 天
营业额 (百元)	+9	- 8.6	- 18.4	- 17.5	+11.3	+10	+12.2

(1) 若每日成本为 9000 元, 请用计算说明, 该服装店这周是盈利还是亏损;

(2) 用 “某日营业额波动值” 衡量商店经营收入的稳定情况, 它指的是该日的营业额与之前一定时间范围内各天的营业额之差的绝对值中最小的值. 请根据上述定义, 通过计算得出这一周中, 第 6 天的营业额波动值.

24. (9分) 在一周 7 天的生活当中也蕴含着有趣的数学. 例如今天是星期一, 12 天以后是星期几? 虽然

$1+12=13$, 但在日历上看到的是星期六, 如果用符号 “田” 表示星期上的加法, 则 $1 \text{ 田 } 12 = 6$. 若问

星期三之前 5 天是星期几, 就得到星期上的减法概念, 用符号 “日” 表示星期上的减法. (星期日记为 7).

(1) $2 \text{ 田 } 8 = \underline{\hspace{2cm}}$, $3 \text{ 日 } 5 = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 在有理数运算中, 相加得 0 的两个数互为相反数. 如果在星期运算中, 定义相加得 7 的两个数互

为相反数, 如 $2 \text{ 田 } 5 = 7$, 则 5 是 2 的相反数, 请再写一个 0 到 20 之间的 2 的相反数 (包括 0 和 20) $\underline{\hspace{2cm}}$;

(3) 在 (2) 的条件下, 下列说法正确的是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

① 对于星期运算中的任意数字 a, b , 等式 $a \text{ 田 } b = b \text{ 田 } a$ 成立;

② 对于星期运算中的任意数字 a, b, c , 若 $a \text{ 田 } c = b \text{ 田 } c$, 则 $a = b$;

③ 在星期运算中, 数字 a 和 b 互为相反数, 对于任意数字 c , 等式 $c \text{ 日 } a \text{ 田 } b = c$ 成立.

25. (9分) 在数轴上, 已知点 M 和点 P , 若点 N 与点 M 分别位于点 P 的两侧, 且点 N 和点 M 到点 P 的

距离相等，就把点 N 叫做点 M 的“ P 对称点”。特别地，若点 M 与点 P 重合，那么点 M 的“ P 对称点”就是它本身。已知数轴上点 A ，点 B 对应的数分别为 a ， b 。解决下面的问题：

(1) 当 $a = -1$ ， $b = 3$ 时，

① 点 A 的“ B 对称点”对应的数是_____；

② 若点 A 是点 B 的“ P 对称点”，那么点 P 对应的数是_____；

(2) 已知点 P_1 ， P_2 ， P_3 对应的数分别为 0 ， 2 ， -1 ，记点 A 的“ P_1 对称点”为 A_1 ，点 A_1 的“ P_2 对称点”为 A_2 ，点 A_2 的“ P_3 对称点”为 A_3 。

① 在线段 AA_1 ， AA_2 ， AA_3 中，长度为定值的是_____，它的长度是_____；

② 若对于任意 a 的值，有下面两种说法：

(A) 存在定点 Q ，使得点 A 的“ Q 对称点”是点 A_2 ；

(B) 存在定点 Q ，使得点 A 的“ Q 对称点”是点 A_3 。请判断这两个说法哪一个是正确的，并求出相应的定点 Q 所对应的数。

2024-2025 学年北京市西城区三帆中学七年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B.	B.	D.	C	C	A.	A	D	B

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）每道题只有一个选项符合题意

1.（3 分）- 5 的相反数是（ ）

- A. 5 B. - 5 C. $\frac{1}{5}$ D. ± 5

【分析】根据相反数的概念：只有符号不同的两个数互为相反数进行解答即可．

【解答】解：- 5 的相反数是 5，

故选：A．

【点评】本题考查的是相反数的概念和求法，只有符号不同的两个数互为相反数， a 的相反数是 $-a$ ．

2.（3 分）2024 年 9 月 25 日，中国向太平洋公海发射了一枚东风 31AG 洲际导弹，导弹在飞行 12000000 米以后精准打击到了预定目标，充分展现出了中国导弹的可靠性．根据当前各国媒体的报道来看，中国的这次导弹实验是相当成功的．将 12000000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 12×10^6 B. 1.2×10^7 C. 1.2×10^6 D. 0.12×10^6

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】解：12000000 = 1.2×10^7 ．

故选：B．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

3.（3 分）下列各组式子中的两个单项式是同类项的是（ ）

- A. a 与 b B. $-3xy$ 与 $4xy$
C. abc 与 $2ac$ D. $-\frac{1}{5}x^2y$ 与 $4xy^2$

【分析】所含字母相同，并且相同字母的指数也相同，这样的项叫做同类项．

【解答】解：A、所含字母不相同，不是同类项；

B、符合同类项的定义，是同类项；

C、所含字母不相同，不是同类项；

D、相同字母的指数不相同，不是同类项；

故选：B.

【点评】本题考查同类项的定义，解题的关键是正确理解同类项的定义，本题属于基础题型.

4. (3分) 下列合并同类项正确的是 ()

A. $3x^3 - 5x^3 = 2$

B. $x+3y=3xy$

C. $4xy+3xy=7x^2y^2$

D. $x^2y - \frac{1}{2}x^2y = \frac{1}{2}x^2y$

【分析】根据整式的加减运算法则即可求出答案.

【解答】解：A、 $3x^3 - 5x^3 = -2x^3 \neq 2$ ，故A错误；

B、 $x+3y \neq 3xy$ ，故B错误；

C、 $4xy+3xy=7xy \neq 7x^2y^2$ ，故C错误；

D、 $x^2y - \frac{1}{2}x^2y = \frac{1}{2}x^2y$ ，故D正确.

故选：D.

【点评】本题考查整式的运算法则，解题的关键是熟练运用整式的运算，本题属于基础题型.

5. (3分) 下列等式的变形中，正确的是 ()

A. 若 $x - 3 = 5$ ，则 $x = 2$

B. 若 $2m = 4n$ ，则 $m = \frac{n}{2}$

C. 若 $-a = 6$ ，则 $a = -6$

D. 若 $\frac{3y}{5} = 0$ ，则 $y = -\frac{3}{5}$

【分析】分别解各选项的方程进行判断即可.

【解答】解：A. 若 $x - 3 = 5$ ，则 $x = 8$ ，原变形错误，故不符合题意；

B. 若 $2m = 4n$ ，则 $m = 2n$ ，原变形错误，故不符合题意；

C. 若 $-a = 6$ ，则 $a = -6$ ，变形正确，故符合题意；

D. 若 $\frac{3y}{5} = 0$ ，则 $y = 0$ ，原变形错误，故不符合题意；

故选：C.

【点评】此题考查解一元一次方程，熟练掌握一元一次方程的解法是解题的关键.

6. (3分) 当矩形的面积为定值时，下列选项中成反比例的量的是 ()

A. 矩形的一边与周长

B. 矩形的一边与面积

C. 矩形的长与宽

D. 矩形的周长与面积

【分析】根据反比例函数的定义逐一判断即可.

【解答】解: A、设矩形的长为 a , 宽为 b , 周长为 c , 那么 $c=2(a+b)$, 没有乘积为定值的关系,

∴此选项中的量不是反比例函数, 故本选项不符合题意;

B、设矩形的长为 a , 宽为 b , 面积为 S , 那么 $S=ab$, 没有乘积为定值的关系,

∴此选项中的量不是反比例函数, 故本选项不符合题意;

C、设矩形的长为 a , 宽为 b , 面积为 S , 那么 $S=ab$,

∴此选项中矩形的长与宽的积为定值, 成反比例, 故本选项符合题意;

D、设矩形的长为 a , 宽为 b , 周长为 c , 面积为 S , 那么 $c=2(a+b)$, $S=ab$, 没有乘积为定值的关系,

∴此选项中的量不是反比例函数, 故本选项不符合题意.

故选: C.

【点评】本题考查了矩形的性质, 反比例, 熟练掌握反比例函数的定义是解题的关键.

7. (3分) 若 $x^2+2x-1=0$, 则 $2x^2+4x-2024$ 的值为 ()

A. -2022

B. 2022

C. 2026

D. 2027

【分析】根据已知条件将要求代数式变形, 然后整体代入求值即可.

【解答】解: ∵ $x^2+2x-1=0$,

∴ $x^2+2x=1$,

∴当 $x^2+2x=1$ 时, 原式 $=2(x^2+2x)-2024=2\times 1-2024=-2022$.

故选: A.

【点评】本题考查代数式求值, 按照代数式规定的运算, 计算的结果就是代数式的值.

8. (3分) 我国古代数学名著《张邱建算经》中记载: “今有清酒一斗直粟十斗, 醕酒一斗直粟三斗. 今持粟三斛, 得酒五斗, 问清、醕酒各几何?” 意思是: 现在一斗清酒价值 10 斗谷子, 一斗醕酒价值 3 斗谷子, 现在拿 30 斗谷子, 共换了 5 斗酒, 问清、醕酒各几斗? 如果设清酒 x 斗, 那么可列方程为 ()

A. $10x+3(5-x)=30$

B. $3x+10(5-x)=30$

C. $\frac{x}{10}+\frac{30-x}{3}=5$

D. $\frac{x}{3}+\frac{30-x}{10}=5$

【分析】根据共换了 5 斗酒, 其中清酒 x 斗, 则可得到醕酒 $(5-x)$ 斗, 再根据拿 30 斗谷子, 共换了 5 斗酒, 即可列出相应的方程.

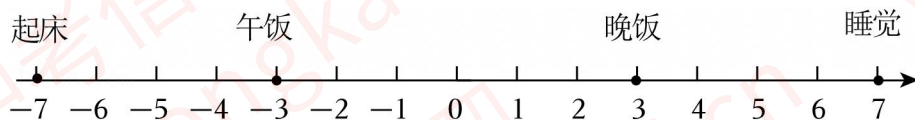
【解答】解: 设清酒 x 斗, 则醕酒 $(5-x)$ 斗,

由题意可得: $10x+3(5-x)=30$,

故选：A.

【点评】 本题考查由实际问题抽象出一元一次方程，解答本题的关键是明确题意，列出相应的方程.

9. (3分) 十一假期小明的日常生活情境作息时间如图，将小明假期每日的作息时间表表示在数轴上(1个单位长度表示1小时，右边的事件比左边的事件后发生)，已知小明22:30上床睡觉，则下列说法正确的是()



- A. 小明早上7:00起床
B. 小明一天的睡觉时长为14个小时
C. 小明午饭和晚饭间隔4个小时
D. 小明18:30吃晚饭

【分析】 根据22:30表示数字7，进而推导出起床，午饭，晚饭的时间，逐项分析即可求解.

【解答】 解：依题意，22:30表示数字7， $7 - (-7) = 14$ ，则起床时间为22:30 - 14:00 = 8:30，故A选项错误；

小明一天的睡觉时长为24 - 14 = 10个小时，故B选项错误；

小明午饭和晚饭间隔3 - (-3) = 6个小时，故C选项错误；

$7 - 3 = 4$ ，吃完饭时间为22:30 - 4 = 18:30，故D选项正确，

故选：D.

【点评】 本题考查了数轴，有理数的加减运算的应用，熟练掌握以上知识点是关键.

10. (3分) 定义新运算：用“ $\div$ ”连接 n 个相同非零有理数 a 所构成的运算叫做除方，记作 $a^{④}$. 比如 $2^{③} = 2 \div 2 \div 2$ 读作“2的圈3次方”， $(-3)^{④} = (-3) \div (-3) \div (-3) \div (-3)$ ，读作“4(-3)的圈4次方”. 下面说法不正确的是()

- A. 任意非零数的圈3次方都等于它的倒数.
B. 圈 n 次方等于它本身的数是1或-1(n 为任意正整数).
C. 互为相反数的两个数的圈 n 次方不一定互为相反数.
D. 互为倒数的两个数的圈 n 次方互为倒数.

【分析】 根据新运算‘除方’的定义， $a^{④}$ 即为 n 个 a 相除，进行计算. 运算时注意指数运算、相反数的性质、倒数的概念的应用即可.

【解答】 解：A. 任意非零数的圈3次方都等于它的倒数，不符合题意.

B. 当 n 为偶数时， $1^{④} = 1 \div 1 \div \dots \div 1 = 1$ ， $(-1)^{④} = (-1) \div (-1) \div \dots \div (-1) = 1$ ，即圈 n 次

方等于它本身的数是 1 (n 为任意正偶数);

当 n 为奇数时, $1^{⑦}=1\div 1\div \cdots \div 1=1$, $(-1)^{⑦}=(-1)\div (-1)\div \cdots \div (-1)=-1$, 圈 n 次方等于它本身的数是 1 或 -1 (n 为任意正奇数).

符合题意.

C. 设这两个互为相反数的数为 a 与 $-a$.

当 n 为偶数时, $a^{⑦}=a\div a\div \cdots \div a=\frac{1}{a^{n-2}}$, $(-a)^{⑦}=(-a)\div (-a)\div \cdots \div (-a)=\frac{1}{a^{n-2}}$, 此时结果相等;

当 n 为奇数时, $a^{⑦}=a\div a\div \cdots \div a=\frac{1}{a^{n-2}}$, $(-a)^{⑦}=(-a)\div (-a)\div \cdots \div (-a)=-\frac{1}{a^{n-2}}$, 此时互为相反数的两个数的圈 n 次方不一定互为相反数, 故不符合题意.

D. 设两个数为 a 与 $\frac{1}{a}$.

则 $a^{⑦}=a\div a\div \cdots \div a=\frac{1}{a^{n-2}}$, $(\frac{1}{a})^{⑦}=\frac{1}{a}\div \frac{1}{a}\div \cdots \div \frac{1}{a}=a^{n-2}$, 即互为倒数的两个数的圈 n 次方互为倒数, 故不符合题意.

故选: B.

【点评】 本题是新定义运算, 出现在乘方一节, 能够类比乘方的运算, 理解并运用除方的运算规则, 准确的计算和推理是本题的关键.

二、填空题 (每题 2 分, 共 16 分)

11. (2 分) 《九章算术》中注有“今两算得失相反, 要令正负以名之”. 意思是今有两数, 若其意义相反, 则分别叫做正数与负数. 如果钟表的分针逆时针方向旋转 50° , 记作 $+50^\circ$, 则顺时针方向旋转 35° , 记作 -35 $^\circ$.

【分析】 根据相反意义的量的定义即可解答.

【解答】 解: 钟表的分针逆时针方向旋转 50° , 记作 $+50^\circ$, 顺时针方向旋转 35° , 记作 -35° .

故答案为: -35 .

【点评】 本题主要考查了相反意义的量, 掌握相反意义的量的定义是解题关键.

12. (2 分) 用四舍五入法将 1.5368 精确到百分位, 所得到的近似数为 1.54.

【分析】 根据精确到某一位, 即对下一位的数字进行四舍五入直接求解即可

【解答】 解: 近似数是: 1.54,

故答案为: 1.54.

【点评】 本题考查了近似数和有效数字, 熟练掌握近似数与精确数的接近程度是关键.

13. (2分) 单项式 $-\frac{3x^3y}{5}$ 的系数是 $-\frac{3}{5}$ ，次数是4.

【分析】单项式的系数是指单项式中的数字因数，次数是指所有字母的指数和.

【解答】解：根据单项式的次数和系数的定义，单项式 $-\frac{3x^3y}{5}$ 的系数是 $-\frac{3}{5}$ ，次数是4.

【点评】此题考查了单项式的系数与次数：单项式的系数是指单项式中的数字因数，次数是指所有字母的指数和.

14. (2分) $x = -1$ 是关于 x 的方程 $2m - 3x + 1 = 0$ 的解，则 m 的值是-2.

【分析】将方程的解代入方程求出 m 的值即可.

【解答】解：由条件可知 $2m + 3 + 1 = 0$,

解得 $m = -2$,

故答案为：-2.

【点评】此题考查方程的解，正确理解方程的解的定义是解题的关键.

15. (2分) 有理数 a, b 在数轴上的位置如图所示. 则 $a < b$, $|a| > |b|$.



【分析】根据数轴得出 $a < 0 < b$, $|a| > |b|$, 求出即可.

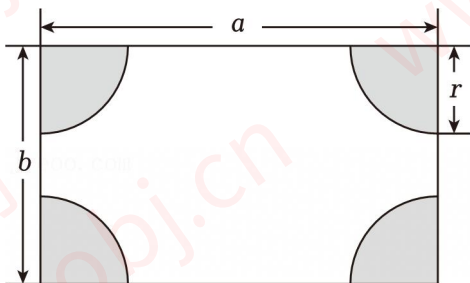
【解答】解：从数轴可知： $a < 0 < b$, $|a| > |b|$,

$\therefore a < b$, $|a| > |b|$,

故答案为： $<$, $>$.

【点评】本题考查了数轴和有理数的大小比较的应用，关键是能根据数轴得出 $a < 0 < b$, $|a| > |b|$.

16. (2分) 如图，在一个长为 am ，宽为 bm 的长方形广场中，四角各布置了一个半径为 rm 的四分之一圆形花坛，其余部分为空地. 则这个长方形广场的空地的面积为 $(ab - \pi r^2)m^2$ (用含 a, b, r 的代数式表示，结果保留 π).



【分析】根据 $S_{\text{空地}} = S_{\text{长方形}} - S_{\text{圆}}$ 列代数式即可.

【解答】解：根据 $S_{\text{空地}} = S_{\text{长方形}} - S_{\text{圆}}$ 列代数式整理得：

$$S_{\text{空地}} = S_{\text{长方形}} - S_{\text{圆}} = (ab - \pi r^2)m^2.$$

故答案为: $(ab - \pi r^2)$.

【点评】 本题主要考查了列代数式, 根据题意、准确得到数量关系是解题的关键.

17. (2分) 若关于 x 、 y 的多项式 $x^3 - 2kxy + y^3 + 6xy - 6$ 不含二次项, 则 $k = \underline{3}$.

【分析】 先把多项式合并, 然后令 2 次项系数等于 0, 再解方程即可.

【解答】 解: $\because$ 多项式 $x^3 - 2kxy + y^3 + 6xy - 6 = x^3 + y^3 + (6 - 2k)xy - 6$ 不含二次项,

$$\therefore 6 - 2k = 0,$$

解得 $k = 3$.

故答案为: 3.

【点评】 本题考查了合并同类项法则及对多项式“项”的概念的理解, 要知道多项式中的每个单项式叫做多项式的项, 题目设计精巧, 有利于培养学生灵活运用知识的能力.

18. (2分) 中国古代很早就用算筹来表示数并进行计算, 算筹有横式和纵式两种, 表示个位、百位、万位……时用纵式算筹, 而表示十位、千位、十万位……时用横式算筹, 下面的图 1 是算筹的横式与纵式所表示的数字 1 - 9, 当时并没有代表 0 的符号, 而是用空位来表示 0. 算筹不仅使用了十进制, 而且是“位值制”, 从右往左, 第一位表示有几个 1, 第二位表示有几个 10, ……依此类推. 图 2 是用算筹进行加法计算的过程, 请补全图 2 中的数字和图形.

纵式: $\begin{array}{ccccccccc} | & || & ||| & |||| & ||||| & \top & \top\top & \top\top\top & \top\top\top\top \end{array}$ $| = \top\top$ 加数 127
横式: $\begin{array}{ccccccccc} \text{—} & = & \equiv & \equiv & \equiv & \perp & \perp & \perp & \perp \end{array}$ $\perp$ |||| 加数 $\underline{\hspace{1cm}}$

1 2 3 4 5 6 7 8 9

和 $\underline{\hspace{1cm}}$

图1

图2

【分析】 根据算筹记数规定可知加数, 计算加法得到和, 再依规定即可得到和表示的数.

【解答】 解: 根据题意得: 加数是 65, 和是 $127 + 65 = 192$,

所以数字和的图形为: $\begin{array}{c} | \quad \perp \quad || \\ \equiv \quad || \end{array}$.

【点评】 考查了应用类问题, 关键是对我国古代用算筹记数的规定的理解和掌握, 有理数加法法则.

三、解答题 (共 54 分, 19 题 16 分, 20-21 题每题 8 分, 22、24 题每题 5 分, 23、25 每题 6 分)

19. (16 分) 计算:

(1) $-7 + (-3) - (-4) + (-6)$;

(2) $-8 \times (-\frac{2}{15}) \div \frac{4}{5}$;

$$(3) \left(-\frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{7}{12}\right) \div \left(-\frac{1}{24}\right);$$

$$(4) -1^2 + 9 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 - |-3|.$$

【分析】(1) 运用加法结合律进行简便运算即可；

(2) 先化除为乘，然后按有理数乘法法则计算即可；

(3) 先化除为乘，然后按有理数乘法运算律计算即可；

(4) 先算乘方，然后按照有理数四则混合运算法则计算即可.

【解答】解：(1) $-7 + (-3) - (-4) + (-6)$

$$= [-7 + (-3)] - [(-4) - (-6)]$$

$$= [-7 + (-3)] - [(-4) + 6]$$

$$= -10 - 2$$

$$= -12.$$

$$(2) \text{原式} = -8 \times \left(-\frac{2}{15}\right) \times \frac{5}{4}$$

$$= \frac{16}{15} \times \frac{5}{4}$$

$$= \frac{4}{3}.$$

$$(3) \text{原式} = \left(-\frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{7}{12}\right) \times (-24)$$

$$= -\frac{1}{3} \times (-24) + \frac{3}{4} \times (-24) - \frac{7}{12} \times (-24)$$

$$= 8 - 18 + 14$$

$$= 4.$$

$$(4) \text{原式} = -1 + 9 \times \frac{4}{9} - 3$$

$$= -1 + 4 - 3$$

$$= 0.$$

【点评】本题主要考查了有理数加减混合运算、有理数乘除混合运算、含乘方的有理数混合运算等知识点，掌握相关运算法则成为解题的关键.

20. (8分) 化简：

$$(1) n - m - 2(m - n) + 3(n + 2m);$$

$$(2) x^2 - 2xy + \frac{7}{4} - (3x^2 - 4xy + \frac{3}{4}).$$

【分析】(1) 先去括号，然后再运用加法运算律以及合并同类项法则计算即可；

(2) 先去括号, 然后再运用加法结合律以及合并同类项法则计算即可.

【解答】解: (1) $n - m - 2(m - n) + 3(n + 2m)$
 $= n - m - 2m + 2n + 3n + 6m$
 $= 3m + 6n.$

(2) 原式 $= x^2 - 2xy + \frac{7}{4} - 3x^2 + 4xy - \frac{3}{4}$
 $= x^2 - 3x^2 + 4xy - 2xy + \frac{7}{4} - \frac{3}{4}$
 $= -2x^2 + 2xy + 1.$

【点评】本题主要考查了整式的加减混合运算, 熟练掌握合并同类项的法则和去括号的法则是解题的关键.

21. (8 分) 解方程:

(1) $2x + 6 = 4 - 3x;$

(2) $5x + 3(3x - 4) = 2.$

【分析】(1) 按照移项、合并同类项、系数化为 1 的步骤解一元一次方程;

(2) 按照去括号、移项、合并同类项、系数化为 1 的步骤解一元一次方程, 即可求解.

【解答】解: (1) 原方程移项, $2x + 3x = 4 - 6,$
合并同类项, $5x = -2,$
化系数为 1, $x = -\frac{2}{5}.$

(2) 原方程去括号, $5x + 9x - 12 = 2,$
移项, $5x + 9x = 12 + 2,$
合并同类项, $14x = 14,$
化系数为 1, $x = 1.$

【点评】本题考查了解一元一次方程, 熟练掌握该知识点是关键.

22. (5 分) 先化简, 再求值: $2(2ab - 3a^2 + ab^2) - 3(ab - 2a^2 - ab^2) - 5ab^2$, 其中 $(a+1)^2 + |b-2| = 0.$

【分析】直接利用去括号法则以及合并同类项法则化简, 再根据非负数的性质得出 $a = -1, b = 2$, 把数据代入得出答案.

【解答】解: $2(2ab - 3a^2 + ab^2) - 3(ab - 2a^2 - ab^2) - 5ab^2$
 $= 4ab - 6a^2 + 2ab^2 - 3ab + 6a^2 + 3ab^2 - 5ab^2$
 $= ab,$
 $\because (a+1)^2 + |b-2| = 0, (a+1)^2 \geq 0, |b-2| \geq 0,$

$$\therefore a+1=0, b-2=0,$$

$$\therefore a=-1, b=2,$$

$$\therefore \text{原式}=ab=(-1)\times 2=-2.$$

【点评】此题主要考查了整式的加减——化简求值，正确合并同类项是解题关键.

23. (5分) 我国经济受市场影响，同时还受到政府的宏观调控. 某市政府对居民发放无门槛代金券，以此促进消费（资金由政府补给商家，不会增加商家营业成本）. 下面是某服装店一周内各天的营业额相对于 10000 元的情况（超过的记为“+”，不足的记为“-”）:

	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天	第 5 天	第 6 天	第 7 天
营业额（百元）	+9	- 8.6	- 18.4	- 17.5	+11.3	+10	+12.2

(1) 若每日成本为 9000 元，请用计算说明，该服装店这周是盈利还是亏损；

(2) 用“某日营业额波动值”衡量商店经营收入的稳定情况，它指的是该日的营业额与之前一定时间范围内各天的营业额之差的绝对值中最小的值. 请根据上述定义，通过计算得出这一周中，第 6 天的营业额波动值.

【分析】(1) 先将表格所给数据累加，再用一周营业额减去成本即可解答；

(2) 将第六天与前五天营业额分别进行相减并取绝对值最小的即可解答.

【解答】解：(1) 该服装店这周是盈利，计算如下：

$$9+(-8.6)+(-18.4)+(-17.5)+11.3+10+12.2=-2 \text{ (百元)},$$

$$\text{所以盈利额为: } 10000\times 7+(-2)\times 100-9000\times 7=6800 \text{ (元)},$$

$$\therefore 6800>0.$$

所以该服装店这周盈利；

$$(2) \text{ 根据题意可得: } |10-9|=1 \text{ (百元)},$$

$$|10-(-8.6)|=18.6 \text{ (百元)},$$

$$|10-(-18.4)|=28.4 \text{ (百元)},$$

$$|10-(-17.5)|=27.5 \text{ (百元)},$$

$$|10-11.3|=1.3 \text{ (百元)},$$

$$\therefore 1<1.3<18.6<27.5<28.4,$$

所以根据题意可得，第六天的营业额波动值为 1 百元.

【点评】本题主要考查了正负数的应用、有理数混合运算的应用、求绝对值等知识点，灵活运用相关运算法则成为解题的关键.

24. (9分) 在一周 7 天的生活当中也蕴含着有趣的数学. 例如今天是星期一, 12 天以后是星期几? 虽然

$1+12=13$, 但在日历上看到的是星期六, 如果用符号“田”表示星期上的加法, 则 $1\text{田}12=6$. 若问

星期三之前 5 天是星期几, 就得到星期上的减法概念, 用符号“日”表示星期上的减法. (星期日记为 7).

(1) $2\text{田}8=$ 3 , $3\text{日}5=$ 5 ;

(2) 在有理数运算中, 相加得 0 的两个数互为相反数. 如果在星期运算中, 定义相加得 7 的两个数互

为相反数, 如 $2\text{田}5=7$, 则 5 是 2 的相反数, 请再写一个 0 到 20 之间的 2 的相反数 (包括 0 和 20)
12 (或 19) ;

(3) 在 (2) 的条件下, 下列说法正确的是 ① .

①对于星期运算中的任意数字 a, b , 等式 $a\text{田}b=b\text{田}a$ 成立;

②对于星期运算中的任意数字 a, b, c , 若 $a\text{田}c=b\text{田}c$, 则 $a=b$;

③在星期运算中, 数字 a 和 b 互为相反数, 对于任意数字 c , 等式 $c\text{日}a\text{田}b=c$ 成立.

【分析】(1) 根据新定义运算进行计算即可求解;

(2) 根据新定义运算进行计算即可求解;

(3) 根据新定义运算得出 $a+b=7n$, 计算 c 日 a 日 b 即可求解.

【解答】解: (1) 由条件可知 $2\text{田}8=3$,

$$\therefore (3+7) - 5=5,$$

$$\therefore 3\text{日}5=5,$$

故答案为: 3, 5.

$$(2) \because 2+12=14, 14 \div 7=2,$$

$$\therefore 2\text{田}12=7,$$

$$\text{同理可得 } 2\text{田}19=7,$$

故答案为: 12 或 19.

(3) 由 $a \oplus b = a+b$, $b \oplus a = b+a$ 可知 $a \oplus b = b \oplus a$, 故①正确;

② $a \oplus c = b \oplus c$, 即 $a+c = b+7k+c$ (k 为整数),

$\therefore$ 当 $k=0$ 时, $a=b$, 故②不正确;

③ 由数字 a 和 b 互为相反数可知 $a \oplus b = 7$ 即 $a+b = 7n$ (n 为整数),

当 $n \neq 0$ 时,

$c \oplus (a \oplus b) = c - a - b = c - (a+b) = c - 7n \neq c$, 故③不正确.

故答案为: ①.

【点评】 此题主要考查有理数运算的应用, 整式的加减运算, 熟练掌握以上知识点是关键.

25. (9分) 在数轴上, 已知点 M 和点 P , 若点 N 与点 M 分别位于点 P 的两侧, 且点 N 和点 M 到点 P 的距离相等, 就把点 N 叫做点 M 的“ P 对称点”. 特别地, 若点 M 与点 P 重合, 那么点 M 的“ P 对称点”就是它本身. 已知数轴上点 A , 点 B 对应的数分别为 a , b . 解决下面的问题:

(1) 当 $a = -1$, $b = 3$ 时,

① 点 A 的“ B 对称点”对应的数是 7;

② 若点 A 是点 B 的“ P 对称点”, 那么点 P 对应的数是 1;

(2) 已知点 P_1, P_2, P_3 对应的数分别为 $0, 2, -1$, 记点 A 的“ P_1 对称点”为 A_1 , 点 A_1 的“ P_2 对称点”为 A_2 , 点 A_2 的“ P_3 对称点”为 A_3 .

① 在线段 AA_1, AA_2, AA_3 中, 长度为定值的是 AA_2 , 它的长度是 4;

② 若对于任意 a 的值, 有下面两种说法:

(A) 存在定点 Q , 使得点 A 的“ Q 对称点”是点 A_2 ;

(B) 存在定点 Q , 使得点 A 的“ Q 对称点”是点 A_3 . 请判断这两个说法哪一个是正确的, 并求出相应的定点 Q 所对应的数.

【分析】 (1) ① 依题意, $AB=4$, 根据新定义可得 B 是 A 与对应点的中点, 即可求解;

② 根据定义可得, P 是 AB 的中点, 根据两点距离, 即可求解.

(2) ① 设 A, A_1, A_2, A_3 分别对应的数为 a, a_1, a_2, a_3 , 根据新定义, 即线段中点的定义, 分别求得 AA_1, AA_2, AA_3 的长, 即可求解;

② 设 Q 点表示数为 q , 根据①的结论, 即可求解.

【解答】 解: (1) $\because a = -1, b = 3$,

$\therefore AB = 4$,

$\therefore 3+4=7$

故答案为: 7.

②设 P 点表示的数为 p ，由题意可得： $2p = -1 + 3$ ，

$$\therefore p = 1,$$

故答案为：1.

(2) ①设 A, A_1, A_2, A_3 分别对应的数为 a, a_1, a_2, a_3 ，

$\therefore$ 点 P_1, P_2, P_3 对应的数分别为 0, 2, -1.

P_1 为线段 AA_1 的中点，则 $a + a_1 = 2 \times 0$ ，则 $a_1 = -a$ ，

P_2 为线段 A_1A_2 的中点，则 $-a + a_2 = 2 \times 2$ ，则 $a_2 = 4 + a$ ，

P_3 为线段 AA_3 的中点，则 $4 + a + a_3 = 2 \times (-1)$ ，则 $a_3 = -6 - a$ ，

$\therefore AA_1 = |a - (-a)| = |2a|$ 不为定值.

$AA_2 = |a - (4 + a)| = 4$ 为定值，

$AA_3 = |a - (-6 - a)| = |2a + 6|$ 不为定值，

故答案为： $AA_2, 4$.

②设 Q 点表示数为 q ，

若 A 正确，则 $2q = a + 4 + a$.

$\therefore q = a + 2$ 不为定值，故 A 选项错误；

若 B 选项正确， $2q = a + (-6 + a)$.

$\therefore q = -3$ ，故 B 选项正确，则定点 Q 所对应的数为 -3.

【点评】 本题考查了数轴上两点距离，新定义，整式的加减，正确进行计算是解题关键.